

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ В НЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

*И. Л. Хабибуллин, А. Т. Хамитов*

Башкирский государственный университет, Уфа

**Аннотация.** Методами численного моделирования исследована динамика температурного поля при нагреве движущейся среды электромагнитным излучением с учетом зависимости показателя поглощения излучения от температуры и теплообмена с окружающей средой.

**Ключевые слова:** электромагнитное излучение, моделирование, движущаяся среда, теплоперенос, нелинейный режим

Во многих научных и технологических задачах используется нагрев электромагнитным излучением движущихся сред. Здесь можно указать такие процессы как очистка материалов от примесей методом зонной плавки, плавление диэлектрических сред в волноводе, нагрев и сушка капиллярно-пористых и сыпучих сред, конвейерные технологии электромагнитной обработки, интенсификация добычи полезных ископаемых и так далее [1]. Динамику температурного поля при этом можно описать следующим уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \bar{c}V \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{q_0}{\rho c} \alpha(x, t) \exp \left( -2 \int \alpha(x, t) dx \right) - \frac{\gamma_0}{\rho c} (T - T_0). \quad (1)$$

Данное уравнение в одномерном виде описывает нагрев движущейся со скоростью  $V$  среды за счет диссипации электромагнитного излучения в тепло, за счет молекулярного и конвективного переносов тепла. Также учитывается установившийся теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана (приближение термически тонкого слоя).

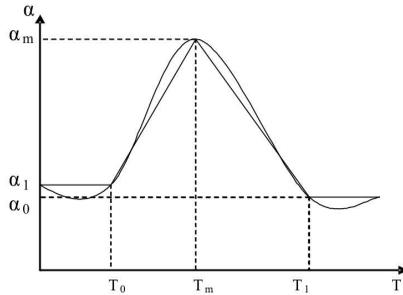


Рис. 1. Аппроксимация зависимости показателя поглощения излучения от температуры

Здесь  $T(x, t)$  — температура;  $a$  и  $\rho c$  — температуропроводность и объемная теплоемкость нагреваемой среды;  $q_0$  и  $\alpha(x, t)$  — интенсивность излучения и показатель поглощения электромагнитного излучения;  $\gamma_0$  — коэффициент теплообмена с окружающей средой. Уравнение (1) в общем случае определяет перенос в пористой среде, при этом  $\bar{c} = \frac{m\rho_f c_f}{\rho c}$ , где  $m$  — пористость, индекс  $f$  относится к движущемуся флюиду. При движении жидкости в свободном пространстве  $\bar{c} = 1$ .

Зависимость показателя поглощения электромагнитного излучения от температуры обуславливает нелинейность задачи. Необходимо отметить, что данная зависимость немонотонна (Рис. 1), что особенно ярко проявляется в полярных вязких жидкостях, обладающих дипольно-релаксационными диэлектрическими потерями. Эту зависимость можно аппроксимировать в виде кусочно-линейной функции.

Уравнение (1) решается при следующих краевых условиях [1]:

$$T(x, 0) = T(L, t) = T_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} [1 - \sigma] + (T(0, x) - T_\Gamma) = 0. \quad (3)$$

Граничное условие (3) содержит единичную функцию  $\sigma$ , которая равна нулю при  $V \leq 0$  (что соответствует отсутствию движения флюида, или его движение в обратном направлении) и равна единице при  $V > 0$  (движение флюида в положительном направлении). Таким образом, (3) означает, что на поверхности  $x = 0$  при нагреве покоящейся жидкости задается условие адиабатичности этой поверхности, а при нагреве жидкости движущейся в положительном направлении задается температура флюида, поступающего в область нагрева.

Введем следующие переменные:  $z = 2\alpha_0 x$ ,  $\tau = \frac{t}{t_0}$ ,  $t_0 = \frac{\rho c T_0}{\alpha_0 q_0}$ ,  $f(z, t) = \frac{\alpha(x, t)}{\alpha_0}$ ,  $\theta = \frac{T}{T_0}$ . Тогда задачу (1)–(3) можно представить в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = A \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - B \frac{\partial \theta}{\partial z} + F_2 - F_1, \quad (4)$$

где  $A = \frac{4\lambda\alpha_0 T_0}{q_0}$ ;  $B = \frac{2\rho c T_0 V}{q_0}$ ;  $F_1 = \text{Nu}(\theta - 1)$ ;  $F_2 = f(z, \tau) \times \exp\left(-\int f(z', \tau) dz'\right)$ ;

$$\theta(z, 0) = \theta(\infty, \tau) = \theta_0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial z} [1 - \sigma] + (\theta(0, z) - \theta_\Gamma) = 0. \quad (6)$$

Параметр Нуссельта определяем по выражению:  $\text{Nu} = \frac{\gamma_0 T_0}{\alpha_0 q_0}$ . Этот параметр определяет интенсивность теплообмена с окружающей средой. Безразмерные параметры  $t_0$ ,  $A$ ,  $B$  имеют четкий физический смысл:  $t_0$  определяет характерное время нагрева среды электромагнитным излучением;  $A$  равен отношению характерного значения мощности теплового потока за счет теплопроводности  $\frac{\lambda T_0}{h}$  ( $h = \frac{1}{2\alpha_0}$ ) к плотности потока энергии (интенсивности) электромагнитного излучения;  $B$  — определяет отношение плотности конвективного теплового потока к интенсивности электромагнитного излучения. Очевидно, что величина  $\frac{B}{A}$  представляет собой параметр Пекле  $\text{Pe} = v_0 h \frac{\rho_f c_f}{\lambda}$ .

Рассмотрим результаты численных расчетов задачи (1)–(3) при следующих базовых значениях параметров:  $T_0 = 300$  К,  $\alpha_0 = 0.1$  1/м,  $\rho c = \rho_f c_f = 2 \cdot 10^6$  Дж/(К·м<sup>3</sup>),  $\lambda = 1$  Вт/(м·К),  $q_0 = 10^5$  Вт/(м<sup>2</sup>),  $V_0 = 0.0001$  м/с. При этом  $t_0 = 60000$  с,  $A = 1.2 \cdot 10^{-3}$ ,  $B = 1.2$ ,  $\text{Pe} = 1000$ . Для немонотонной зависимости показателя поглощения электромагнитного излучения от температуры принята кусочно-линейная аппроксимация [1]:

$$f = 1 \quad (\theta \leq 1);$$

$$f = 1 + a_1(\theta - 1) \quad (1 \leq \theta \leq \theta_m);$$

$$f = a_3 - a_2(\theta - \theta_m) \quad (\theta_m \leq \theta \leq \theta_1);$$

$$f = a_4 \quad (\theta \geq \theta_1).$$

Здесь  $\theta_m = 1.2$ ,  $\theta_1 = 1.4$ ,  $a_1 = 45$ ,  $a_2 = 47.5$ ,  $a_3 = 10$ ,  $a_4 = 0.5$ . Эти безразмерные параметры соответствуют росту  $\alpha$  в интервале температур

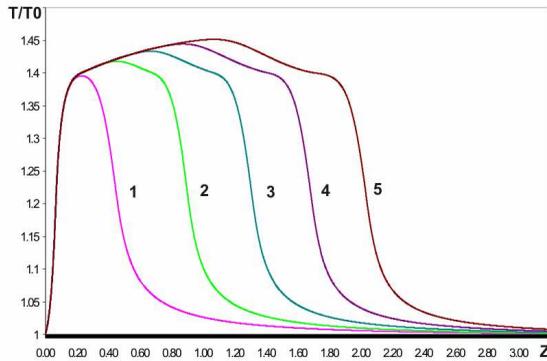


Рис. 2. Динамика температурной волны в зависимости от времени

300 – 360 К от 0.1 до 1 1/м, и его уменьшению в интервале температур 360 – 420 К до значения 0.05 1/м (при  $T > 420$  К  $\alpha = 0.05$  1/м).

На Рис. 2 представлена динамика температурной волны в зависимости от времени. При этом  $Nu = 0.3$ . Кривые 1–5 соответствуют временам  $\tau = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5$ . В нагреваемой среде образуется температурная волна, которая является немонотонной и имеет максимум в глубине области нагрева. Форма и амплитуда температурной волны определяются тремя факторами — охлаждением за счет поступления в область нагрева холодной жидкости, нагревом этой жидкости электромагнитным излучением в нелинейном режиме и теплообменом с окружающей средой.

Профиль температурной волны существенно зависит от скорости движения среды. Соответствующие кривые приведены на Рис. 3 для момента времени  $\tau = 0.5$ . Видно, что при движении среды характер нагрева меняется качественно и количественно (отличие кривой 1 от кривых 2–4). С увеличением скорости движения среды амплитуда температурной волны уменьшается, а глубина нагрева растет.

На Рис. 4 представлены профили температурной волны в момент времени  $\tau = 0.5$  при различных значениях параметра  $Nu$ . Кривые 1–5 соответствуют  $Nu: 0, 0.3, 0.6, 0.9$ . С увеличением интенсивности теплообмена с окружающей средой, амплитуда температурной волны и глубина нагрева уменьшается. Существует критическое значение числа  $Nu$ , выше которого значение  $\theta_1$  не достигается (кривые 3–4).

Исследованные особенности нагрева движущихся сред электромагнитным излучением позволяют реализовать процессы управления и оптимизации нагрева.

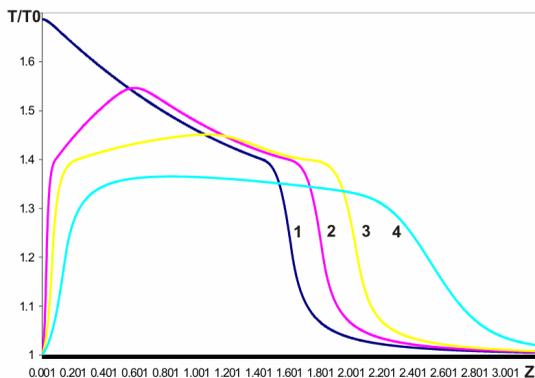


Рис. 3. Динамика температурной волны в зависимости от скорости конвекции

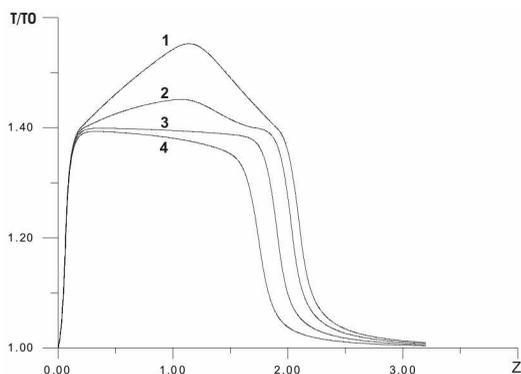


Рис. 4. Профили температурной волны при разных значениях параметра  $Nu$

## Список литературы

- [1] Хабибуллин И. Л. Электромагнитная термогидромеханика поляризующихся сред. Уфа: Башкирский гос. ун-т. 2002. 246 с.
- [2] Хабибуллин И. Л., Назмутдинов Ф. Ф. Особенности динамики нагрева движущихся сред электромагнитным излучением // ИФЖ. 2006. Т-73, № 5. С. 939–944.