

Устойчивость динамических процессов, происходящих при посадке спускаемых систем

С. С. Комаров, Н. И. Мискактин

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

Аннотация. Рассматривается динамика посадки спускаемых аэропневмоупругих систем, содержащих парашют, пневмооснование и объект. Исследуется движение пневмоупругих систем по площадке приземления. Выводятся критерии устойчивости движения различных схем аэропневмоупругих систем на заключительных фазах посадки.

Ключевые слова: пневмоупругость, посадка, спускаемый объект, колебания, воздушная подушка, критерии устойчивости

1. Введение

Приземление спускаемой системы по характеру движения можно разбить на этапы, из которых достаточно хорошо изучены этапы парашютного спуска и посадки. Вопросы дальнейшего движения системы по площадке приземления, которые носят колебательный характер, до последнего времени не рассматривались. Хотя экспериментальные сбросы натурных пневмоупругих систем показали, что при определенном сочетании параметров происходит уменьшение во времени амплитуды колебаний и постепенный выход спускаемого объекта на режим движения на воздушной подушке с последующим гашением горизонтальной скорости.

В других случаях посадки амплитуда колебаний пневмоупругой системы будет увеличиваться и при ударном взаимодействии корпуса спускаемого объекта с экраном она может перевернуться. Поэтому поиск сочетаний конструктивных параметров, обеспечивающих устойчивость



Рис. 1. К оценке вертикальных колебаний объекта при движении рассматриваемых пневмоупругих систем

движения спускаемой пневмоупругой системы по площадке приземления, представляет весьма актуальную задачу.

Исследование устойчивости колебаний пневмоупругой системы может проводиться аналитическим способом и методами численного моделирования. Первый способ применим к упрощенным моделям, в результате чего получаются достаточно простые выражения, удобные для применения. Эти выражения дают качественную информацию и для более сложных моделей. Методы численного моделирования дают более точную информацию в виде чисел, графиков, зависимостей и так далее. Однако большое число переменных величин и сложность полученных зависимостей затрудняет анализ результатов и поиск лучших комбинаций. В связи с этим представляет интерес одновременное развитие обоих подходов и сравнение полученных результатов.

2. Математические модели посадки пневмоупругих систем

В начале статьи проводится аналитическое исследование области устойчивости для малых амплитуд колебаний и выполняется численная проверка области устойчивости при больших амплитудах колебаний различных пневмоупругих систем.

Рассматривается математическая модель системы с пневмооснованием, приведенная на Рис. 1.

Расход газа, втекающего в подкупольную полость пневмооснования (воздушную подушку) Q_{in} , и расход Q_{out} , вытекающего из нее газа, в случае камерной схемы создания воздушной подушки, равны соответственно:

$$Q_{in} = \Pi \beta \sqrt{\frac{2(P_r - P_Q)}{\rho}}, \quad Q_{out} = \Pi \mu h \sqrt{\frac{2}{\rho} P_Q}, \tag{1}$$

где Π — периметр подкупольной полости; β — характерный размер клапана (диаметр сопла), подающего воздух в подкупольную полость; ρ плотность газа; P_B — давление в пневмокаркасе; P_Q — давление в подкупольной полости (воздушной подушке); h — воздушный зазор между пневмооснованием и экраном; μ — коэффициент поджатия струи.

Приравнивая расходы $Q_{in} = Q_{out} = Q$, получим:

$$h = h_0 = -\frac{Q_{in}}{\mu \Pi} \sqrt{\frac{2}{\rho} P_Q} = \frac{\beta}{\mu} \sqrt{\frac{\sigma}{1 - \sigma}},$$
(2)

где $\sigma = \frac{P_B - P_Q}{P_B} = 1 - \frac{1}{K_p}.$

В общем случае, если $\tilde{Q}_{in} = Q_0 \neq Q_{out}$, вводится величина K_{jet} равная

$$K_{jet} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{h}{h_0},$$
(3)

которая определяет часть воздуха Q_{in}, остающегося в подушке.

В случае струйной схемы образования воздушной подушки уравнение изменения *x*-й составляющей импульса струи (Рис. 1(b)) имеет вид:

$$\rho(1 - K_{cmp})QV_0 - \rho QV_1 \sin \theta_1 - \rho K_{cmp}QV_1 =$$

= $hP_Q + 2\beta\varphi(\sigma)P_B \cos \theta_1,$ (4)

где $\varphi(\sigma)$ — функция, учитывающая распределение давления по стенкам сопла [1]; θ_1 — угол наклона стенки сопла к вертикали; V_0 , V_1 — скорости на внешней и внутренней границах струи, соответственно, равные $V_0 = \sqrt{2}$

 $= \sqrt{\frac{2}{\rho}P_r}, V_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_r - P_Q)}.$ При $K_{cmp} = 0$ из (4) получим

$$h = h_0(\sigma) = 2\beta \frac{\bar{Q} - \bar{Q}\sqrt{\sigma}\sin\theta_1 - \varphi(\sigma)\cos\theta_1}{1 - \sigma}, \quad \bar{Q}(\sigma) = \frac{Q}{\beta\nu_0}.$$
 (5)

Исследования [1] показали, что при $K_{jet} = 0$ производные равны

$$\frac{dQ}{dh} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dh} = 0.$$

Тогда, выразив из (4), с помощью (5), получим выражение для малых K_{jet} :

$$K_{jet} = -\left(\frac{h}{\beta} - \frac{h_0}{\beta}\right)\frac{1 - \sqrt{\sigma}}{2\bar{Q}} = \frac{h_0 - h}{h_1},\tag{6}$$

где $h_1 = \frac{2\beta \bar{Q}}{1 - \sqrt{\sigma}}.$

Уравнения вертикального движения пневмоупругой системы со струйной схемой образования воздушной подушки, при $P_B = \text{const}$, имеют вид:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg + P_Q S_Q + + \left[2\Pi\beta(P_r - P_Q) - \Pi\beta\sqrt{2\rho(P_r - P_Q)}\frac{dy}{dt}\right]\cos\theta_1,$$
(7)

$$\frac{dP_Q}{dt} = \frac{\left(K_{cmp}Q - S_Q\frac{dy}{dt} + \frac{1}{P_r}\frac{dW_Q}{d\sigma}\frac{dP_Q}{dt}\right)}{W_Q}k(P_Q - P_a),\tag{8}$$

где m — масса системы; y — отстояние пневмооснования от экрана; S_Q — площадь воздушной подушки; W_Q — объем подкупольной полости пневмооснования; $dW_Q/d\sigma$ — изменение объема подкупольной полости при деформации; P_a — атмосферное давление; k — показатель адиабаты; P_r — давление нагнетателя.

Система уравнений (7), (8) для малых отклонений от положения равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 0, \quad \frac{dP_Q}{dt} = 0, \quad K_{cmp} = 0, \\ P_Q &= P_0 = (mg - 2\Pi\beta P_r \cos\theta_1)/(S_Q - 2\Pi\beta\cos\theta_1), \\ h &= h_0(\sigma), \quad y = y_0 = h_0(\sigma) + H(\sigma_0), \quad \sigma = \sigma_0, \quad W_Q = W_{Q0}, \end{aligned}$$

где $H(\sigma), B(\sigma)$ — высота и абсцисса нижней кромки пневмокарка
са основания, переписывается в виде:

$$\frac{d\bar{y}}{dt} = \bar{V}, \quad \frac{d\bar{V}}{dt} = D\bar{P} - E\bar{V}, \quad \frac{d\bar{P}}{dt} = -A\bar{y} - B\bar{V} - C\bar{P}, \\
\bar{y} = y - y_0, \quad \bar{P} = P_r - P_0, \\
A = \frac{1}{F}\frac{Q}{h_1}, \quad B = \frac{1}{F}\left(S + \frac{dh_0}{d\sigma}\sqrt{\sigma_0}\frac{2\sqrt{\sigma}(1 - \sqrt{\sigma_0})}{h_1\nu_0}\cos\theta_1\right), \\
C = \frac{Q}{FP_rh_1}\left(\frac{dh_0}{d\sigma} + \frac{dH_a}{d\sigma}\right), \quad E = \frac{P_rQ}{m}\cos\theta_1, \\
D = \frac{S}{m} - \frac{\Pi}{m}(1 - \sigma)\frac{dB(\sigma)}{d\sigma} - \frac{2\Pi\beta\cos\theta_1}{m}, \\
F = \frac{W_{Q_0}}{k(P_Q + P_a)} - \frac{1}{P_r}\frac{dW_Q}{d\sigma}.$$
(9)

Здесь использовано асимптотическое равенство

$$\begin{split} h_1 K_{jet} &= h_0(\sigma') - h = y_0 - H_{a_0} - y + H_a + h_0(\sigma') - h_0(\sigma_0) \approx -\\ &- \bar{y} - \frac{1}{P_r} \frac{dH_a}{d\sigma} \bar{P} - \frac{dh_0}{d\sigma} \left(\frac{\bar{P}}{P_r} + 2\sqrt{\sigma_0} \left(1 - \sqrt{\sigma_0} \right) \cos \theta_1 \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0} \right),\\ &\sigma' = \frac{V_1 - \frac{dy}{dt} \cos \theta_1}{V_0 - \frac{dy}{dt} \cos \theta_1} \approx \sigma - \sqrt{\sigma} (1 - \sigma) \cos \theta_1 \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0}. \end{split}$$

Согласно критерию Рауса–Гурвица область устойчивости системы (8) определяется неравенством

$$(CE + BD)(C + E) - AD > 0.$$
 (10)

Для каждого способа образования подушки из (10) нетрудно получить соответствующее выражение. Например, для камерной схемы с нагнетателем, имеющим характеристику $Q = Q(P_r)$ при $P_r = \text{const}$, пренебрегая реакцией струй E = 0 и $\cos(\theta_1) = 0$, получим неравенство BC - A > 0, что соответствует известному критерию [2]

$$Q > 2P_Q \left[\frac{dQ}{dP_Q} + \frac{Q}{S_Q h_0} \left(\frac{W_Q}{k(P_Q + P_a)} - \frac{1}{P_r} \frac{dW_Q}{d\sigma} - \frac{S_Q}{P_r} \frac{dH_a}{d\sigma} \right) \right].$$
(11)

Здесь индексы «0» опущены, но значения с этими индексами соответствуют равновесным значениям параметров. Предположим, что расход Q постоянен и, подставив (11), получим:

$$Q > 2P_Q \frac{\Pi \mu}{S_Q} \sqrt{\frac{2}{\rho} P_Q} \left(\frac{W_Q}{k(P_Q - P_a)} - \frac{1}{P_r} \frac{dW_Q}{d\sigma} - \frac{S_Q}{P_r} \frac{dH_a}{d\sigma} \right).$$
(12)

Если расход втекающего газа Q_{in} определяется по формуле (1) при $P_r = \text{const}$, то имеем:

$$\sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma}} + \sqrt{\frac{1-\sigma}{\sigma}} > 2\frac{\mu P_Q}{\beta S_Q} \left(\frac{W_Q}{k(P_Q - P_a)} - \frac{1}{P_r}\frac{dW_Q}{d\sigma} - \frac{S_Q}{P_r}\frac{dH_a}{d\sigma}\right).$$
(13)

Выведенные критерии (11)–(12) позволяют оценить границу области устойчивого равновесия пневмоупругой системы со струйной схемой образования воздушной подушки при малых возмущениях из положения статического равновесия, когда правомерна линеаризация системы уравнений вертикального движения системы (7), (8).

С целью оценки поведения пневмоупругих систем при больших отклонениях от положения равновесия проведем численное исследование колебаний системы с помощью ЭВМ.



Рис. 2. Амплитудные характеристики автоколебательного процесса контактного взаимодействия с экраном пневмоупругой системы

Вертикальное движение пневмоупругой системы описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка. Пневмооснование системы считается безрасходным с камерной схемой образования воздушной подушки, наполняемой вблизи экрана скоростным напором с постоянным расходом. Реакция контактирующих с экраном секций пневмооснований не учитывается.

Введем следующие безразмерные параметры: $\bar{P}_Q = P_Q/(P_Q + P_a) -$ относительное давление в подкупольной полости пневмооснования; $\bar{Q} = Q/\Pi H_a \sqrt{\frac{2}{\rho}P_Q} -$ относительный расход; $\bar{A} = A/h -$ относительная амплитуда колебаний, где A -максимальное за период колебаний отклонение системы вверх от положения равновесия.

Исследования показали, что в области неустойчивости в малом $\bar{Q} < \bar{Q}_k$, где \bar{Q}_k — расход, определенный по критерию (12), пневмоупругая система при малых возмущениях $\bar{A} < \bar{A}^*$ переходит с нарастанием амплитуды колебаний из состояния неустойчивого равновесия в режим автоколебаний с фиксированной амплитудой \bar{A}^* (Рис. 2).

При возмущениях, отклоняющих систему на величину $\bar{A} > \bar{A}^*$, система переходит с уменьшением амплитуды в режим автоколебаний с той же амплитудой \bar{A}^* , причем каждому значению относительного расхода \bar{Q} и давления \bar{P}_Q соответствует определенное значение амплитуды автоколебаний \bar{A}^* (Рис. 2).

В области устойчивости в малом $\bar{Q} > \bar{Q}_k$ пневмоупругая система приходит в положение устойчивого равновесия \bar{A}^* независимо от величины начального возмущения \bar{A}_0 , но это справедливо только для систем с относительным давлением $\bar{P}_Q < 0.19$.

Для систем с относительным давлением в подушке $\bar{P}_Q > 0.19$ возможны, в зависимости от величины начального возмущения \bar{A}_0 , два состояния динамического равновесия.

При начальном возмущении $\bar{A}_0 < \bar{A}_k$ система переходит в состояние устойчивого в малом положения равновесия с амплитудой $\bar{A}^* = 0$. В случае начального возмущения $\bar{A}_0 > \bar{A}_k$ система переходит в состояние автоколебаний с амплитудой \bar{A}^* , зависящей от относительных параметров \bar{Q} и \bar{P}_Q .

Выведенные критерии (12)–(13) позволяют оценить границу области устойчивости равновесия пневмоупругой системы при малых возмущениях из положения статического равновесия, когда правомочна линеаризация системы уравнений движения (9).

Рассмотрим случай посадки спускаемой пневмоупругой системы без принудительного наддува подкупольной полости пневмооснования, заменив его условием

$$Q_0 = -\dot{W}_Q = V_y S_Q. \tag{14}$$

Исследуем систему (9) на асимптотическую устойчивость. Предположим, что $M \gg m$, $H_a \gg h$ (обычно это выполняется). В этом случае можно независимо рассмотреть движение спускаемого объекта относительно опорной поверхности и колебания основания пневмоупругой системы относительно некоторого условного положения равновесия $h = h_0$.

При этом скорость движения спускаемого объекта и его равновесное положение h_0 меняются со временем, однако при $M \gg m$ это изменение практически не сказывается на движении пневмоупругой системы за время, равное периоду колебаний пневмооснования.

Полагая скорость объекта $V_y = \text{const}$, отбросим первое уравнение системы (9), а для оставшихся уравнений найдем точку условного равновесия основания пневмоупругой системы:

$$\dot{h} = V_h = 0; \, \dot{V}_h = -g + F(H_a, P_Q)/m; \, \dot{P}_Q = -k \frac{P_Q}{W_Q} (Q + \dot{W}_Q), \quad (15)$$

где V_h — скорость изменения воздушного зазора.



Рис. 3. Упругая характеристика пневмоконструкции

Положим, что упругая сила, действующая на спускаемый объект со стороны пневмооснования, может быть представлена в виде:

$$F = -\Phi(P_Q) \left[H_a - H_{a_0}(P_Q) \right],$$
(16)

где $H_{a_0}(P_Q)$ — равновесная высота пневмооснования, которая определяется из решения статической задачи упругой деформации пневмоконструкции [2]. На Рис. 3 приведены упругие характеристики пневмооснований различных конструктивных схем.

Подставим значение F из (16) во второе уравнение системы (15)

$$\dot{V}_h = -g + \frac{\Phi(P_Q)}{m} \left[H_a - H_{a_0}(P_Q) \right].$$
(17)

Точка равновесия спускаемой системы определяется из следующих соотношений

$$V_h = 0, \quad H_a = H_{a_0}(P_Q) - \frac{mg}{\Phi}, \quad Q_0 = -\dot{W}_Q,$$

где $\dot{W}_Q = V_y S_Q.$

Учитывая преобладание в точке равновесия сил упругости и давления над весом оболочек пневмооснования, примем $H_a = H_{a_0}(P_Q)$.

Отсюда выразим давление в подкупольной полости основания P_Q через обратную $H_{a_0}(P_Q)$ функцию $P_Q = H_{a_0}^{-1} = P_0$, где $P_Q = P_0(H_a)$.

Воздушный зазор между пневмооснованием и экраном при равновесном положении спускаемого объекта равен:

$$h_{0} = \frac{Q_{0}}{\mu D \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left| \frac{P_{Q}}{\rho_{0}} - \frac{P_{a}}{\rho_{a}} \right|}} \approx \frac{-V_{y_{0}}S_{Q}}{\mu D \sqrt{\frac{2}{\rho} \left| P_{Q} - P_{a} \right|}}.$$
 (18)

Линеаризовав систему уравнений (15), при $H_a = y - h = y - h_0 - \Delta h = H_{a_0} - \Delta h$ и, учитывая, что $Q = Q_0 + \Delta Q$, $\dot{W}_Q = SV + (S_Q - S)V_h$, получим:

$$\frac{d}{dt}\Delta h = \Delta V_h,\tag{19}$$

$$\frac{d}{dt}\Delta V_h = -\frac{k}{m}\Delta h + Q_0\Delta V_h - \frac{k}{m}\frac{dH_{a_0}}{dP_Q}\Delta P,$$
(20)

$$\frac{d}{dt}\Delta P = -k\frac{P_Q}{W_Q}\frac{Q_0}{h_0}\Delta h - k\frac{P_Q}{W_Q}(S_Q - S)\Delta V_h - k\frac{P_Q}{V_h}\frac{\mu^2 h_0^2 D^2}{Q_0} \left[\frac{P_Q}{P_a}\right]^{1/2}\frac{1}{\rho_0}\Delta P.$$
(21)

Полученную систему линеаризованных дифференциальных уравнений (19)–(21) запишем в матричном виде:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta V_h \\ \Delta P \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\Phi}{m} & 0 & -\frac{\Phi}{m} \frac{dH_a}{dP_Q} \\ -k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{Q_0}{h_0} & -k \frac{P_Q}{W_Q} (S_Q - S) & -\frac{kP_Q}{W_Q} \frac{\mu^2 h^2 D^2}{Q_0 \rho_0} \left[\frac{P_Q}{P_a} \right]^{1/k} \begin{vmatrix} \Delta h \\ \Delta V_h \\ \Delta P \end{vmatrix} .$$
(22)

Характеристическое уравнение этой системы

$$a_0\lambda_3 + a_1\lambda_2 + a_2\lambda_1 + a_3 = 0, (23)$$

где $a_0 = 1, a_1 = k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{\mu^2 h_0^2 \Pi^2}{Q_0 \rho_0} \left[\frac{P_Q}{P_a} \right]^{1/k}, a_2 = \frac{\Phi}{m} - k \frac{P_Q}{W_Q} (S_Q - S) \frac{\Phi}{m} \frac{dH_{a_0}}{dP_Q},$ $a_3 = -\frac{\Phi}{m} \frac{dH_{a_0}}{dP_Q} k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{Q_0}{h_0} + \frac{\Phi}{m} a_1.$

Система (22) асимптотически устойчива при выполнении следующих условий (критерий Рауса–Гурвица):

1) $a_0 = 1 > 0;$ 2) $a_1 > 0;$ 3) $\begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$

4)
$$\begin{vmatrix} a & a & 0 \\ a & a & a \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = a_3(a_1a_2 - a_0a_3) > 0.$$

Из условий 3) и 4) следует $a_3 > 0$, то есть

$$\frac{\Phi}{m} \left[-\frac{dH_{a_0}}{dP_Q} k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{Q_0}{h_0} + k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{\mu^2 h_0^2 \Pi^2}{Q_0 \rho_a} \left(\frac{P_Q}{P_a} \right)^{1/k} \right] > 0.$$

Отметим, что в областях *I*, *II* упругой характеристики (Рис. 3) $dH_{a_0}/dP_Q < 0, \Phi > 0$, а в области $III - dH_{a_0}/dP_Q > 0, \Phi < 0$, поэтому всегда $\Phi\left(\frac{dH_{a_0}}{dP_O}\right) < 0.$

Тогда условие 3) преобразуется к виду

$$k\frac{P_Q}{W_Q}\frac{\mu^2 h^2 D^2}{Q_0 \rho_a} \left[\frac{P_Q}{P_a}\right]^{1/k} (S_Q - S) - \frac{Q_0}{h_0} > 0,$$

или

$$k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{\mu^2 h_0^3 D^2}{Q_0^2 \rho_a} \left[\frac{P_Q}{P_a} \right]^{1/k} (S_Q - S) > 1.$$
(24)

Учитывая (18), имеем

$$k \frac{P_Q}{W_Q} \frac{\mu^2 D^2}{\rho_a Q_0^2} \frac{Q_0^3}{\mu^3 D^3 \left[\sqrt{\frac{2k}{k-1} \left| \frac{P_Q}{\rho_Q} - \frac{P_a}{\rho_a} \right|^3} \right]} \left[\frac{P_Q}{P_a} \right]^{1/k} (S_Q - S) > 1,$$

или

$$Q_0 > \frac{W_Q \rho_a}{P_Q k} \frac{\mu D}{(S_Q - S)} \left[\frac{2k}{k - 1} \left| \frac{P_Q}{\rho_Q} - \frac{P_a}{\rho_a} \right| \right]^{3/2} \left(\frac{P_a}{P_Q} \right)^{1/k} = Q_k.$$
(25)

Условие (19) аналогично условию устойчивости вертикальных колебаний аппарата на воздушной подушке [3].

Следует отметить, что в процессе динамического взаимодействия с экраном скорость спускаемой пневмоупругой системы уменьшается (что соответствует уменьшению Q_0) и, начиная с некоторого момента, условие (25) перестает выполняться, при этом колебания пневмоупругой системы становятся неустойчивыми.

Преобразуем условие 4):

$$-\Phi\frac{dH_{a_0}}{dP_Q}k\frac{P_Q}{W_Q}\frac{Q_0}{Q_k}+\Phi\frac{Q_0Q_k}{Q_kh_0(S_Q-S)}>0,$$

или

$$\Phi\left[-\frac{dH_{a_0}}{dP_Q} + \frac{Q_0}{Q_k}\frac{W_Q}{(S_Q - S)P_Qk}\right] > 0.$$
(26)

Условие (25) всегда выполняется на участках упругой характеристики *I*, *II* (Рис. 3), а на участке *III* существует некоторая точка, где это условие перестает выполняться.

3. Выводы

Проведенные исследования позволили сформулировать следующие выводы:

- во всем исследуемом диапазоне параметров отклонения пневмоупругой системы вверх и вниз от положения равновесия не равны между собой, а частота колебаний зависит от амплитуды, что свидетельствует о нелинейном характере вертикального движения пневмоупругой системы, который проявляется тем сильнее, чем больше амплитуда колебаний *Ā*^{*} ≫ 1;
- спускаемой пневмоупругой системе присущи автоколебания с амплитудами, зависящими от соотношения параметров;
- критерии, определяющие границы области устойчивого равновесия пневмоупругой системы, выявленные из анализа линеаризованных уравнений движения системы правомерны и для нелинейных систем при ограничениях величин начальных возмущений.

Список литературы

- [1] Комаров С. С., Житников В. П. Истечение из гибкого ограждения с навесными элементами // Динамика сплошной среды с нестационарными границами. Чебоксары: Чуваш. ун-т, 1984. С. 59–66.
- [2] Комаров С. С., Мискактин Н. И. Анализ эффективности превмоупругих систем спасения при посадке спускаемых объектов // Уфа: Вестник УГАТУ. 2002. Т. 3, № 2. С. 187–194.
- [3] Комаров С. С., Мискактин Н. И. Устойчивость вертикальной качки твердого тела с упругим пневмооснованием // Динамическое уравновешивание колебания и устойчивость движения. Межвуз. науч. сб. УАИ. 1985. С. 109–114.