УДК 532.546; 536.421

Инжекция воды в пористую среду, насыщенную паром, с учетом капиллярных сил

У. Р. Ильясов, Р. А. Махмутов

Филиал Южно-Уральского государственного университета, Нижневартовск

Стерлитамакская государственная педагогическая академия, Стерлитамак

Аннотация. Рассмотрена задача инжекции воды в высокотемпературную пористую среду через проницаемую границу. Исследованы различные режимы закачки, зависящие от исходных параметров термального резервуара и теплоносителя (воды). В частности проведен анализ влияния капиллярных сил на эффект «самопроизвольного всасывания» воды.

Ключевые слова: многофазная система, пористая среда, математическое моделирование, численные методы

1. Введение

Геотермальное тепло наряду с тем, что является альтернативным источником энергии, может использоваться как элемент энергосберегающих технологий. Практический интерес представляют задачи извлечения тепла из высокотемпературных проницаемых пород, а также аккумуляция тепла для последующего использования.

В работах [1–3] рассмотрены некоторые аспекты данной проблемы. В частности, в [1] предложена математическая модель процесса инжекции, показано существование двух режимов закачки, сопровождающихся испарением закачиваемой воды и конденсацией пластового пара, получен критерий, разделяющий эти режимы. В [2] показан эффект, при котором происходит самопроизвольное впитывание воды вследствие конденсации пластового пара и понижения давления в пористой среде.

В данной работе рассматривается влияние капиллярных сил [3] и тепловых потоков вблизи границы пористой среды на режимы инжекции.

2. Основные уравнения

При математическом описании процесса инжекции примем следующие допущения. Температуры пористой среды и насыщающего флюида (воды или пара) совпадают. Пористая среда несжимаема и неподвижна, пористость постоянна.

Для описания процессов тепломассопереноса воспользуемся системой состоящей из законов сохранения масс, энергии и закона Дарси. Тогда в области воды, контактирующей с пористой средой ($x < 0$), система уравнений имеет вид:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial t}(\rho_w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_w \upsilon_w) = 0, \\
\rho_w c_w \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_w c_w \upsilon_w \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_w \frac{\partial T}{\partial x}\right), \quad p = \text{const}.
\end{gathered} \tag{1}
$$

В пористой среде, насыщенной водой или паром ($x > 0$)

$$
\begin{gathered}
m\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i) + \frac{\partial}{\partial x}(m\rho_i \upsilon_i) = 0, \\
\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + m\rho_i c_i \upsilon_i \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right), \quad m\upsilon_i = -\frac{k}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial x}, \\
\rho c = m\rho_i c_i + (1-m)\rho_s c_s, \;\; \lambda = m\lambda_i + (1-m)\lambda_s \;\; (i = wp, v).
\end{gathered} \tag{2}
$$

Здесь T — температура; p — давление; υ — скорость; m — пористость; k — проницаемость; c — теплоемкость; μ — вязкость; ρ — плотность; λ — теплопроводность. Индексы w, wp, v, s соответствуют подводимой воде, воде, пару и скелету пористой среды.

Для пара примем уравнение Клайперона–Менделеева, воду будем считать несжимаемой

$$
\rho_v = \frac{p}{R_v T}, \quad \rho_l = \rho_{l0}.
$$

Здесь отметим, что при условии несжимаемости воды из первого уравнения (1) следует однородное распределение скорости в области $x < 0$ или $\upsilon_w = \upsilon_w(t)$. Величина скорости υ_w определяется из условия баланса массы на границе контакта ($x = 0$), то есть скоростью фильтрации или распределением давления в области ($x > 0$).

Кроме этого необходимо записать соотношения, следующие из условий баланса массы и тепла на границе пористой среды и закачиваемой жидкости ($x = 0$):

$$\rho_w \upsilon_w^- = m\rho_{wp}\upsilon_{wp}^+, \quad \left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)^- = \left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)^+, \tag{3}$$

и на границе фазовых переходов $x = x_{(s)}$:

$$\begin{gathered} m\rho_{wp}\left(\upsilon_{wp} - \dot{x}_{(s)}\right) = m\rho_v\left(\upsilon_v - \dot{x}_{(s)}\right), \\ \left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)^+ - \left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)^- = m\rho_{wp} l\left(\upsilon_{wp} - \dot{x}_{(s)}\right), \end{gathered} \tag{4}$$

где υ_w^- и υ_w^+ — скорости жидкости в области $x < 0$ и $x > 0$ соответственно; l — удельная теплота фазового перехода.

Будем полагать, что на границе $x = 0$ давление и температура непрерывны

$$T^- = T^+ = T_{(0)}, \quad p^- - p^+ = p_{(0)},$$

а на границе фазовых переходов давление претерпевает скачек, равный капиллярному давлению

$$T^- = T^+ = T_{(s)}, \quad p^- - p^+ = p_\sigma,$$

где капиллярное давление $p_{(\sigma)}$ определяется формулой Лапласа

$$p_\sigma = -\frac{2\sigma\cos\theta_\sigma}{r_\sigma}. \tag{5}$$

Здесь σ — поверхностное натяжение; θ_σ — угол смачивания; r_σ — характерный радиус капилляра, величина которого для пористой среды определяется выражением $r_\sigma = \sqrt{k/m}$.

Будем считать, что с учетом изменения давления насыщенного пара над искривленной поверхностью (мениском) на поверхности фазового перехода температура $T_{(s)}$ и давление $p_{(s)}$ связаны уравнением

$$p_{(s)} = p_* \exp\left(-\frac{T_*}{T_{(s)}} - \frac{2\sigma V}{r_\sigma R_v T_{(s)}}\right). \tag{6}$$

Здесь R_v — приведенная газовая постоянная; T_* и p_* — эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных для зависимости температуры насыщения от давления.

3. Постановка задачи

Рассмотрим одномерную задачу инжекции воды с температурой T_e, занимающей область $x < 0$ в пористую среду, насыщенную паром, с температурой T_0 при давлении p_0. Пористая среда занимает область $x > 0$. Нагнетание осуществляется при постоянном значении давления в жидкости p_e. С учетом этого начальные условия можно записать в виде:

$$p = p_0, \quad T = T_0 \quad (x > 0), \qquad p = p_e, \quad T = T_e \quad (x < 0).$$

В рамках принятой выше системы уравнений эта задача имеет автомодельное решение. Введем безразмерное давление, температуру и автомодельную переменную

$$P = \frac{p}{p_0}, \;\; \Theta = \frac{T}{T_0}, \;\; \Re_v = \frac{\rho_v}{\rho_{v0}} = \frac{P}{\Theta}, \;\; \xi = \frac{x}{2\sqrt{\kappa^{(T)}t}} \;\; \left(\kappa^{(T)} = \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s}\right).$$

Тогда уравнения тепло- и массопереноса имеют аналитические решения. Подставляя эти решения в условия (3), (4) можно получить систему трансцендентных уравнений для определения координаты границы фазовых переходов $x_{(s)}$, давления $p_{(s)}$ и температуры $T_{(s)}$ на этой границе, а также температуры $T_{(0)}$ на границе пористой среды ($x = 0$).

4. Анализ решений

На Рис. 1 представлены распределения давления p и температуры T вблизи границы контакта ($\xi = 0$) воды с температурой $T_e = 280$ K и пористой среды с температурой $T_0 = 500$ K, при характерных значениях основных физических параметров и $p_e = p_0 = 1$ МПа, $k = 10^{-15}$ м^2, $m = 0,2$. Линии 1 и 2 получены с учетом и без учета капиллярных сил. Как видно из Рис. 1, процессы теплопереноса в области воды ($\xi < 0$) оказывают существенное влияние на величину «ямы давления» [1] и ослабляют «эффект самопроизвольного впитывания» [3] по сравнению со случаем, когда температура на границе поддерживалась постоянной ($T = T_e$) [1].

Зависимость объема впитываемой жидкости от времени для вышеприведенного случая (см. Рис. 1) представлена на Рис. 2. Видно, что в смачиваемой среде темпы самопроизвольного всасывания увеличиваются практически на порядок.

На Рис. 3 приведены зависимости температуры $T_{(0)}$ (пунктирные линии) на границе пористой среды $\xi = 0$, температуры $T_{(s)}$ (сплошные линии) на границе фазовых переходов и автомодельной координаты этой

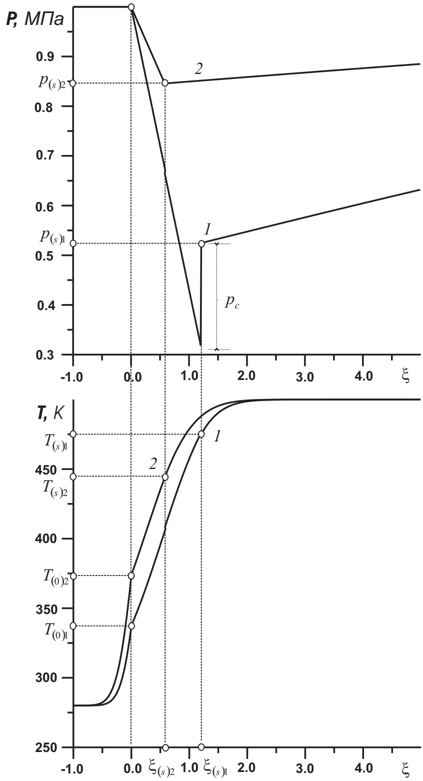

Рис. 1. Профилограммы давления и температуры при эффекте самопроизвольного всасывания воды ($p_e = p_0 = 1$ МПа). Линия 1 соответствует смачиваемой среде, линия 2 — несмачиваемой

границы $\xi_{(s)}$ от температуры воды T_e, соответствующие режиму самопроизвольного всасывания ($p_e = p_0 = 10^6$ Па) при температуре пористой среды $T_0 = 500$ K. Линии 1 и 2 соответствуют случаям, когда коэффициент проницаемости среды равен $k = 10^{-14}$ м^2 и $k = 10^{-15}$ м^2 соответственно. Как видно из Рис. 3, существует некоторое характерное значение температуры закачиваемой воды $T_e (T_e/T_0 \approx 0.74)$, при котором координата границы фазовых переходов $\xi_{(s)}$ обращается в нуль. Это означает, что фазовый переход (испарение или кипение) происходит на поверхности (границе) пористой среды. При дальнейшем повышении температуры воды T_e, граница фазовых переходов $\xi_{(s)}$ будет находиться в области $x < 0$, следовательно, между подводимой жидкостью и пористой средой образуется слой, занятый паром.

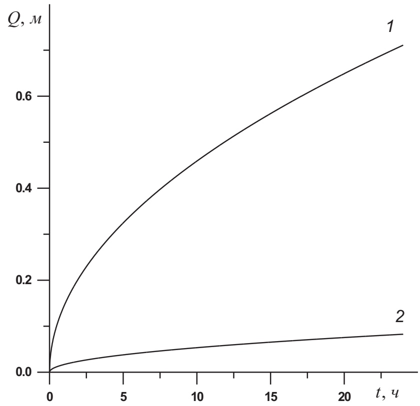

Рис. 2. Динамика процесса инжекции в зависимости от смачиваемости среды. Линия 1 и 2 соответствуют смачиваемой и нейтральной среде

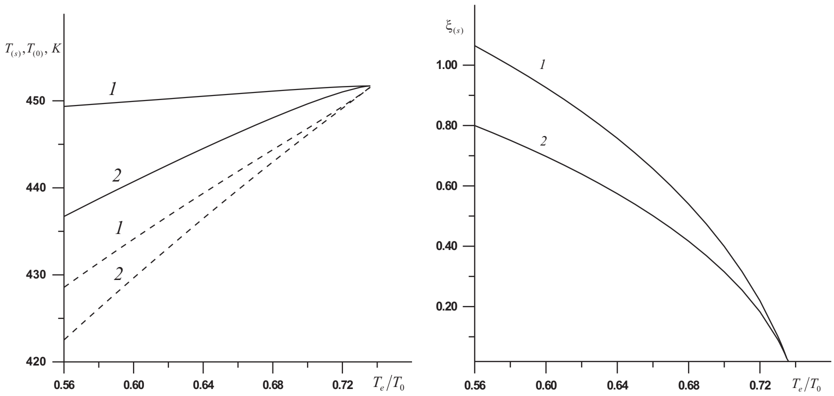

Рис. 3. Зависимость температуры на границе пористой среды $T_{(0)}$ (пунктирные линии), температуры на границе фазовых переходов $T_{(s)}$(сплошные линии) и координаты этой границы $\xi_{(s)}$ от температуры закачиваемой жидкости T_e. Линия 1 соответствует проницаемости пористой среды $k = 10^{-14}$м^2, линия 2 — $k = 10^{-15}$ м^2

5. Заключение

На основе анализа решений установлено, что

- капиллярные силы приводят к значительной интенсификации процесса инжекции;
- теплоперенос на границе пористой среды приводит к предварительному подогреву закачиваемой воды и ослабляет эффект «самопроизвольного всасывания»;
- с ростом температуры закачиваемой жидкости T_e происходит качественное изменение картины. Существует характерное значение температуры T_e^*, при превышении которой даже наличие капиллярных сил не может инициировать процесс впитывания.

Список литературы

[1] Шагапов В. Ш., Насырова Л. А., Ильясов У. Р. Об инжекции воды в геотермальный пласт // Прикладная математика и техническая физика. 2002. Т. 43, № 4. С. 127–138.

[2] Ильясов У. Р. Фильтрационные течения с фазовыми переходами при наличии интенсивных тепловых потоков: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Уфа: ИПТЭР АН РБ, 2003.

[3] Цыпкин Г. Г., Калоре К. Математическая модель фазовых переходов вода-пар в геотермальных системах при наличии капиллярных сил // Доклады академии наук. 2002. Т. 385, № 2. С. 177–180.