

УДК 534.2

ДИНАМИКА ПУЗЫРЬКОВОГО КЛАСТЕРА В СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОМ АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ¹

Н. К. Вахитова

Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. Рассматривается пузырьковый кластер, образованный газовыми пузырьками, и находящийся в центре сферической колбы, заполненной жидкостью, под воздействием возбуждаемых на стенке колбы колебаний давления. Задача решалась численно с использованием известной модели динамики пузырьковых сред. Показана возможность установления квазипериодических режимов колебаний пузырьков и кластера в достаточно сильных акустических полях.

Ключевые слова: газовый пузырек, кластер, колебания, акустика

1. Введение

Изучение динамики пузырьковых кластеров в акустических полях напрямую связано с анализом процесса многопузырьковой сонолюминесценции. Одной из используемых моделей кластера является модель двухфазной сплошной среды [1]. С этой точки зрения динамика сферического пузырькового кластера в неограниченном объеме несжимаемой жидкости в сферически-симметричном случае рассматривалась в работах [3, 4]. Жидкость в кластере также считалась несжимаемой, а эффектами теплообмена, дробления и коагуляции пузырьков пренебрегалось.

Основные результаты расчетов показывают, что рост пузырьков подобен росту одиночного пузырька, и рост пузырьков в кластере происходит

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-01-00045)

практически синфазно. Имеет место эффект экранизации: центральные пузырьки расширяются меньше, чем пузырьки на поверхности кластера. При этом наблюдается усиление давления при сжатии волны давления к центру кластера как за счет геометрического фактора, так и за счет переизлучения пузырьками интенсивных волн давления, обусловленных их сжатием. На основе этого эффекта в работе [2] рассматривается возможность использования пузырькового кластера в качестве своеобразного лазера. Для описания распространения интенсивных волн давления по пузырьковой среде в [2] предложено уравнение состояния смеси, учитывающее сжимаемость несущей фазы. В работе [5] исследовалась динамика пузырькового кластера, где, кроме сжимаемости жидкости, учтена многофракционность кластера.

Все полученные результаты рассматривают динамику кластера либо при его сжатии из равновесного состояния, и ограничиваются моментами времени, ненамного превышающими моменты коллапса центральных пузырьков, либо при периодическом воздействии акустического поля на кластер, образованный микропузырьками в пределах одного (первого) периода.

2. Математическая модель

Рассматривается сферически-симметричный кластер, образованный газовыми пузырьками в жидкости, и подвергающийся действию сферически-симметричного акустического поля. Предполагается, что кластер вместе с окружающей его жидкостью находится в ограниченном сферическом объеме, на границе которого задается гармонический закон изменения давления во времени. Для описания колебаний пузырьков и движения пузырьковой смеси используется односкоростная модель двухфазной среды с учетом радиального движения стенок пузырьков и использованием основных допущений модели [1]. Уравнения сохранения масс и движения смеси в сферически-симметричном случае имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{x}{r}\right)^2 \frac{\partial x}{\partial r} = 1, \quad \frac{\rho_i}{\rho_{i0}} \left(\frac{x}{r}\right)^2 \frac{\partial x}{\partial r} = 1, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = v, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{x}{r}\right)^2 \frac{\partial p}{\partial r}, \quad r \in [r_*, R_0], \quad x \in [r_*, R]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь r и x — лагранжева и эйлерова координаты; ρ — средняя плотность смеси; p — давление смеси; ρ_i и ρ_i^0 — приведенные и истинные плотности жидкости ($i = 1$) и газа ($i = 2$), связанные соотношением $\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i$, а α_i — объемные концентрации фаз; v — скорость смеси; R — радиус

кластера; r_* — радиус центральной жесткой сферы. Нижний индекс «0» относится к начальному равновесному состоянию.

Радиальные колебания пузырьков описываются уравнением:

$$(1 - \varphi_1)a \frac{\partial w}{\partial t} + (1 - \varphi_2) \frac{3}{2} w^2 = \frac{p_a - p}{\rho_1^0} + k \frac{a}{\rho_1^0 C} \frac{\partial p_2}{\partial t},$$

$$w = \frac{\partial a}{\partial t}, \quad p_a = p_2 - \frac{2\sigma}{a} - 4 \frac{\mu}{a} \frac{\partial a}{\partial t},$$

$$\varphi_1 = 1.5(\alpha_2^{1/3}/1.54 - \alpha_2)/\alpha_1, \quad \varphi_2 = 1.5(\alpha_2^{1/3} - 1.3\alpha_2)/\alpha_1,$$

где a — радиус пузырька; p_2 — давление в пузырьке; C — скорость звука в жидкости; σ , μ — коэффициенты поверхностного натяжения и динамической вязкости жидкости у поверхности пузырька; φ_1 и φ_2 — поправки, учитывающие взаимное влияние пузырьков. Коэффициент $k = 3$ введен для учета потерь энергии, в первую очередь, на сжимаемость жидкости, так как его влияние проявляется при больших скоростях стенок пузырьков и давлении газа и состоит в уменьшении степени коллапса. Давление в пузырьке считалось однородным, газ в пузырьках — совершенным, а межфазный теплообмен учитывался посредством использования приближенного выражения для теплового числа Нуссельта [1]:

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{3(\gamma - 1)}{4\pi a^3} q - \frac{3\gamma p_2 w}{a}, \quad q = 2\pi a \lambda_2 (T_0 - T_2), \quad T_2 = \frac{p_2}{p_{20}} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3.$$

Начальные условия соответствовали невозмущенной жидкости и условию равновесия пузырьков:

$$t = 0 : \quad v(r) = 0, \quad p(r) = p_0, \quad p_{20} = p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad a(r) = a_0, \quad w(r) = 0.$$

Давление на жесткой стенке в центре кластера удовлетворяет условию симметрии:

$$r = r_* : \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0,$$

а на границе кластера с чистой жидкостью определяется из уравнения [6]:

$$R \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial R}{\partial t} \right)^2 = \frac{p_R - p_I}{\rho_1^0} + \frac{R}{\rho_1^0 C} \left(\frac{\partial p_R}{\partial t} - \frac{\partial p_I}{\partial t} \right),$$

$$p_I = p_0 - \Delta p_I \sin(\omega t).$$

Преобразованные уравнения (1) приводят к одному дифференциальному уравнению второго порядка по лагранжевой координате для давления смеси и системы уравнений первого порядка по времени для радиуса,

радиальной скорости, давления в пузырьке и скорости жидкости, метод решения которых был использован и описан в [1] и других многочисленных работах, касающихся распространения нестационарных волн в пузырьковых средах. Уравнение для давления в жидкости в случае начального равномерного распределения пузырьков по радиусу кластера имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho}{\rho_0^2} \left(\frac{x}{r} \right)^4 \left[\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \left(1 - \frac{2\rho_0}{\rho} \left(\frac{r}{x} \right)^3 \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \\ & = \frac{\alpha_1}{\rho_1^0 C^2} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{2}{\rho_1^0 C^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^2 - \frac{4v}{x} \frac{\partial p}{\partial r} \right] - \\ & - \frac{3\alpha_2}{a^2} \left(a \frac{\partial w}{\partial t} + 2w^2 \right) + \frac{2v}{x} \left(\frac{6\alpha_2 w}{a} - \frac{3v}{x} \right), \end{aligned}$$

и соответствует случаю слабосжимаемой жидкости $p \approx p_1 = p_0 + C^2(\rho_1^0 - \rho_{10}^0)$, которое для несжимаемой жидкости ($C \rightarrow \infty$) приведено в [1].

3. Результаты

В данной работе приведены результаты расчетов задачи о колебаниях пузырькового кластера в слабом акустическом поле.

Здесь $R(0) = 6$ мм, $r_* = 10^{-6}$ м, $N = 1000$, $\Delta p_I = 0.5$ атм, $\omega = 2\pi f$ ($f = 20$ кГц), $a_0 = 100$ микрон, в качестве газа в пузырьках выбран воздух, в качестве жидкости — вода. Начальное распределение пузырьков по радиусу кластера однородно, начальное давление соответствует нормальному давлению, начальная температура газа и жидкости $T_0 = 300$ К. На Рис. 1 приведена зависимость радиуса пузырьков в центре и на границе кластера от времени. Видно, что пузырьки внутри кластера выходят на периодический режим колебаний; колебания пузырьков, кроме центральных, можно считать линейными.

На Рис. 2(а) приведено распределение радиусов пузырьков по координате для различных моментов времени. Для рассматриваемого случая имеет место немонотонность усиления колебаний при приближении к центру. Появляется область в середине кластера, где колебания пузырьков незначительны.

Такое поведение радиусов согласуется с давлением в смеси, распределение которого для тех же моментов времени приведено на Рис. 2(б).

С увеличением амплитуды действующего давления колебания пузырьков становятся нелинейными. Тем не менее, можно говорить о квазипериодических их колебаниях с частотой вынуждающего акустического

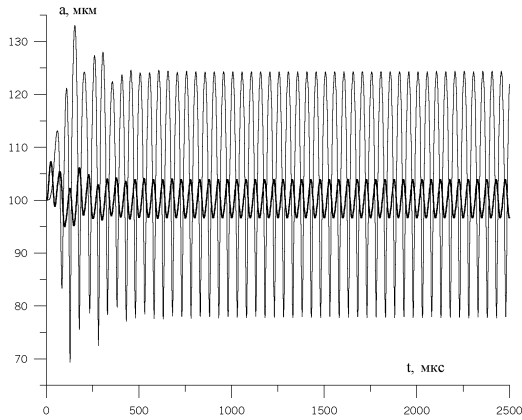


Рис. 1. Колебания радиусов пузырьков в центре кластера (тонкая линия) и на границе (толстая линия) в слабом акустическом поле, $\Delta p_I = 0.5$ атм

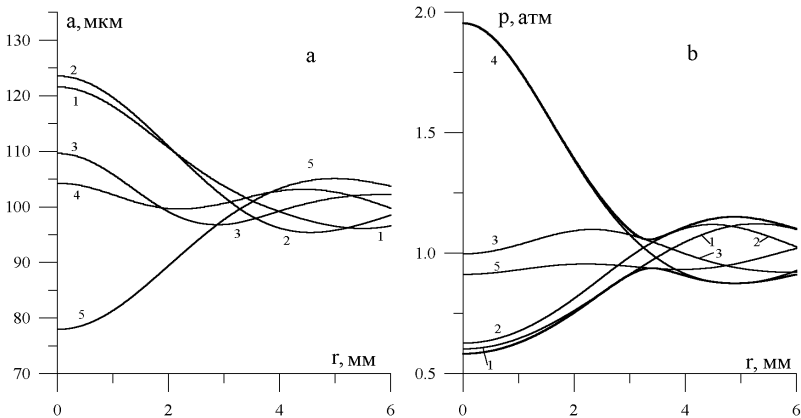


Рис. 2. а) Распределение радиусов пузырьков по радиусу для установившегося режима колебаний в моменты времени: 3500 (линия 1), 3510 (2), 3520 (3), 3530 (4) и 3540 мкс (5); б) Распределение давления в кластере для моментов времени: 3500 (линия 1), 3510 (2), 3520 (3), 3530 (4) и 3540 мкс (5). Толстой линией отмечены максимальные и минимальные значения давления, достигаемые за два периода колебаний акустического поля с 3500 до 3700 мкс

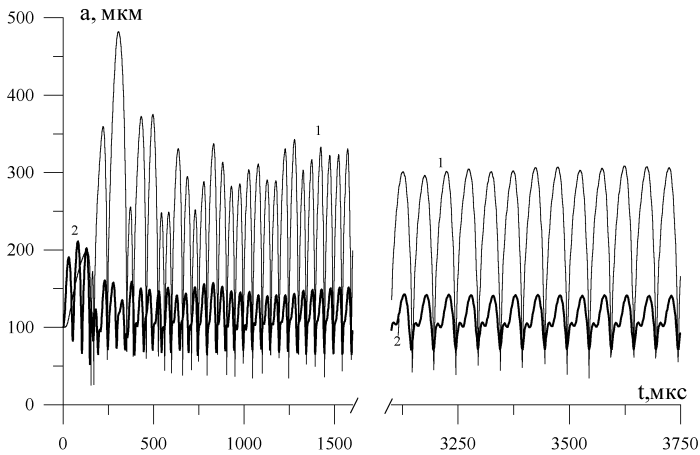


Рис. 3. Колебания центральных (линия 1) и граничных пузырьков (линия 2) в кластере при амплитуде давления 4 атм

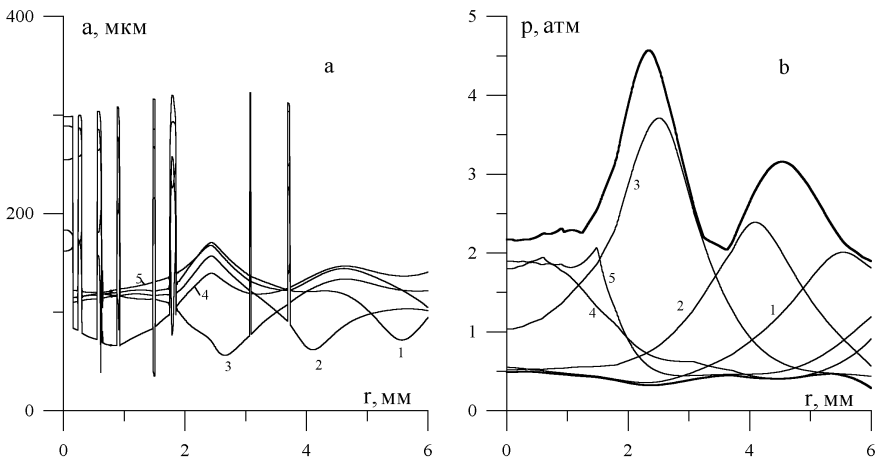


Рис. 4. Пространственное распределение радиусов (а) и давления (б) в квазипериодическом режиме для моментов времени: 3500 (линия 1), 3510 (2), 3520 (3), 3530 (4) и 3540 мкс (5). Амплитуда давления $\Delta p_I = 4$ атм

поля. На Рис. 3 приведены зависимости радиусов пузырьков от времени при $\Delta p_I = 5$ атм. Остальные параметры, указанные выше, оставались без изменения.

На Рис. 4 показано распределение радиусов пузырьков и давления в смеси по пространству в установившемся режиме для тех же времен, что и на Рис. 2. Ясно видно (Рис. 4(a)), что для кластера имеет место явление самоорганизации, то есть установление пространственных структур, эволюционирующих во времени. В данном случае происходит формирование узких зон, в пределах которых пузырьки совершают интенсивное расширение, и зон, где колебания их незначительны. На Рис. 4(b) приведено распределение давления в жидкости по пространству в различные моменты времени, а также максимальные и минимальные его значения, достигаемые в течение 200 мкс. Из сравнения графиков следует, что нет четкой корреляции между степенью расширения пузырьков и амплитудой окружающего их давления смеси.

Список литературы

- [1] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1987.
- [2] Кедринский В. К. Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
- [3] D'Agostino L., Brennen C. E. Linearized dynamics of spherical bubble clouds // *J.Fluid Mech.* 1989. V. 199. P. 155–176.
- [4] Wang Y.-C., Brennen C. E. Shock wave Development in the collapse of a cloud of bubbles // *Cavitation and Multiphase Flow.* ASME. 1994. V. 194. P. 15–19.
- [5] Shimada M., Matsumoto Y., Kobayashi T. Influence of the Nuclei Size Distribution on the Collapsing Behavior of the Cloud Cavitation // *JSME International Journal.* 2000. Series B, V. 43, № 3. P. 380–385.
- [6] Нигматулин Р. И., Ахатов И. Ш., Насибуллаева Э. Ш., Вахитова Н. К. Динамика пузырьковы́х кластеров // *Вестник БашГУ.* Уфа. 1999. № 2. С. 12–15.