



УДК 532.529.5

# ИСТЕЧЕНИЕ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ СОПЛО, СОПРОВОЖДАЕМОЕ ВЫСОКИМИ ДАВЛЕНИЯМИ И ТЕМПЕРАТУРАМИ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ<sup>1</sup>

*С. А. Лепихин, М. Н. Галимзянов*

Бирская государственная социально-педагогическая академия, Бирск  
Институт механики УНЦ РАН, Уфа

**Аннотация.** В квазиодномерной постановке рассматривается задача о стационарном течении пузырьковой жидкости в сопле кругового сечения. Исследуется влияние на характер развивающихся в расширяющейся части сопла вблизи минимального сечения нелинейных колебаний пузырьков и возникающих в них высоких давлений и температур межфазных массообменных процессов.

**Ключевые слова:** пузырьковая жидкость, колебания пузырьков, высокие давления и температуры, математическое моделирование

---

## 1 Введение

При истечении через сопло пузырьковой жидкости, в ней, вследствие уменьшения давления в жидкости в начальной сужающейся части сопла и инерционного радиального движения пузырьков в области минимального сечения, могут развиваться нелинейные колебания пузырьков, в которых в моменты максимального сжатия будут возникать высокие давления и температуры. В работе [1] на основе экспериментального изучения истечения бензола через сопло, сопровождаемого процессом кавитации, выдвинута гипотеза о возможности получения алмазоподобных систем из-за возникновения супервысоких давлений в пузырьках.

Изучение закономерностей реализации таких течений с экстремальными давлениями и температурами газа в пузырьках парогазожидкостной

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта Президента РФ (МК-1815.2005.1), INTAS Nr. 05-100008-7921, Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 04-01-97513-р\_офи)

смеси может стать основой для создания непрерывных технологических процессов, происходящих при высоких давлениях и температурах.

## 2 Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим течение монодисперсной пузырьковой парогазожидкостной смеси в сопле, для которой возможно задать ее исходные параметры и значение скорости на входе сопла.

Параметры, относящиеся к жидкости и к газу, снабдим нижним индексом  $l$  и  $g$  соответственно.

Газовую фазу пузырьковой смеси будем рассматривать состоящей из двух компонент — инертного газа, не участвующего в фазовых превращениях, соответствующие ему параметры будем снабжать дополнительным индексом  $g$ , и пара окружающей пузырьки жидкости. Параметры, соответствующие пару снабдим дополнительным индексом  $v$ .

Тогда для истинной плотности газа в пузырьке можно записать:

$$\rho_g^0 = \rho_{gg}^0 + \rho_{gv}^0, \quad (1)$$

где  $\rho_{gg}^0$ ,  $\rho_{gv}^0$  — соответственно парциальные плотности инертного газа и пара жидкости.

Введем среднemasсовые концентрации инертного газа и пара в газовой фазе

$$k_g = \frac{\rho_{gg}^0}{\rho_g^0}, \quad k_v = \frac{\rho_{gv}^0}{\rho_g^0}, \quad k_g + k_v = 1. \quad (2)$$

Давление газовой фазы, которое по всему объему пузырька будем считать однородным, определяется согласно закону Дальтона, где парциальные давления инертного газа и пара находятся из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$p_g = p_{gg} + p_{gv}, \quad p_{gg} = \rho_{gg}^0 \frac{R}{\mu_g} T_g, \quad p_{gv} = \rho_{gv}^0 \frac{R}{\mu_v} T_g. \quad (3)$$

Здесь  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $\mu_g$  и  $\mu_v$  — молярные массы пара и инертного газа;  $T_g$  — температура газа в пузырьке.

Парциальное давление пара на границе пузырька  $p_{gv(a)}$  полагаем равным давлению насыщенного пара  $p_s(T_a)$ , соответствующего температуре газа на межфазной поверхности ( $p_{gv(a)} = p_s(T_a)$ ).

Пренебрегая изменением массы жидкости за счет фазовых переходов и силами трения потока о стенки канала, запишем, в соответствии с отмеченными предположениями, систему макроскопических уравнений массы

жидкости, числа пузырьков и импульсов в квазиодномерном приближении для установившегося течения

$$\frac{d}{dz}(\rho_l^0(1 - \alpha_g)vS) = 0, \quad \frac{d}{dz}(nvS) = 0, \quad \rho_l^0(1 - \alpha_g)v \frac{dv}{dz} = -\frac{dp_l}{dz}, \quad (4)$$

где  $S = S(z)$  — площадь поперечного сечения сопла;  $v$  — скорость течения жидкости;  $\rho_l^0$  — истинная плотность жидкости;  $\alpha_g = \frac{4}{3}\pi a^3 n$  — объемное содержание газовой фазы;  $n$  — число пузырьков в единице объема.

Полагаем, что процессы расширения и сжатия пузырьков происходят в соответствии с уравнением Релея-Ламба [2]

$$av \frac{dw_l}{dz} + \frac{3}{2}w_l^2 + 4\nu_l^{(v)} \frac{w_l}{a} = \frac{p_g - p_l - 2\sigma/a}{\rho_l^0}, \quad v \frac{da}{dz} = w_l + \frac{j}{\rho_l^0}. \quad (5)$$

Здесь  $p_i$  — давление фаз ( $i = l$  и  $g$ );  $\nu_l^{(v)}$  — кинематическая вязкость жидкости;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $a$  — радиус пузырьков;  $w_l$  — радиальная скорость жидкости на границе пузырька;  $j$  — интенсивность испарения, отнесенная к средней площади поверхности пузырька.

Для интенсивности испарения примем

$$j = -\frac{\rho_{g(a)}}{1 - k_{v(a)}} D \operatorname{Sh} \frac{k_v - k_{v(a)}}{2a}, \quad (6)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии;  $\operatorname{Sh}$  — число Шервуда;  $k_{v(a)}$  — среднемассовая концентрация пара на межфазной поверхности, удовлетворяющая условию насыщения.

Также на границе фазового перехода зададим условие баланса тепла

$$q_{l(a)} - q_{g(a)} = jl, \quad q_{g(a)} = \operatorname{Nu}_g \lambda_g \frac{T_a - T_g}{2a}, \quad q_{l(a)} = \operatorname{Nu}_l \lambda_l \frac{T_l - T_a}{2a}. \quad (7)$$

Здесь  $T_l = \operatorname{const}$ ,  $T_g$ ,  $T_a$  — средние температуры жидкости, газа в пузырьках и на межфазной поверхности;  $\lambda_g$ ,  $\lambda_l$  — теплопроводность фаз;  $\operatorname{Nu}_l$ ,  $\operatorname{Nu}_g$  — числа Нуссельта для описания теплового обмена между жидкостью и газом в пузырьках;  $l$  — удельная теплота парообразования.

Для концентрации пара и температуры на межфазной границе, исходя из выше отмеченных предположений и уравнений, запишем:

$$k_{v(a)} = \frac{B_g}{B_g + \left( \frac{p_g}{p_s(T_a)} - 1 \right) B_v}, \quad T_a = \frac{\lambda_l \operatorname{Nu}_l T_l + \lambda_g \operatorname{Nu}_g T_g - 2a \cdot jl}{\lambda_l \operatorname{Nu}_l + \lambda_g \operatorname{Nu}_g}. \quad (8)$$

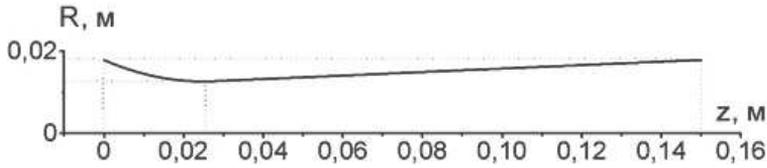


Рис. 1. Профиль сопла

Дополним основную систему уравнением для давления газа в пузырьках, следующем из условия баланса тепла:

$$v \frac{dp_g}{dz} = -\frac{3\gamma p_g w_l}{a} + \frac{3(\gamma - 1)}{a} (q_{g(a)} + j\Delta u), \quad (9)$$

$$\Delta u = (c_{g(a)} + B_a) T_a - \left( \frac{c_{gv} - c_{gg}}{c_g} - \frac{B_v - B_g}{B} \right) (1 - k_v) c_g T_g,$$

где  $B$ ,  $B_a$ ,  $c_g$ ,  $c_{g(a)}$  — приведенные газовые постоянные и удельные теплоемкости при постоянном объеме для парогазовой смеси внутри пузырьков и на их границе соответственно;  $\gamma$  — показатель адиабаты для газа.

Жидкость полагаем несжимаемой  $\rho_l^0 = \text{const}$ .

### 3 Результаты численных расчетов

Численное исследование проводилось для сопла переменного кругового сечения длиной 15 см. Диаметры концов равны 3,57 см. Диаметр минимального сечения равен 2,52 см и расположен на расстоянии 2,5 см от входа сопла. Входу сопла соответствует координата  $z = 0$  (Рис. 1).

В расчетах жидкой фазой принималась вода, инертным газом — воздух.

Согласно вычислительному эксперименту интенсивное развитие колебаний пузырьков при истечении пузырьковой жидкости через сопло наблюдается, когда давление в жидкости в области минимального сечения приближается к значению давления насыщения паров жидкости, и определяется возникающей разностью давлений в фазах газожидкостной смеси, обусловленной инерционным радиальным движением пузырьков в расширяющейся части сопла вблизи горловины.

При этом отмечается существенное влияние на характер колебаний пузырьков и на величину возникающих в них экстремальных давлений и температур содержания в газовой фазе пара, определяемого летучестью окружающей жидкости. Установлено, что наличие пара в пузырьках оказывает двойное воздействие: во-первых, происходит более сильное первоначальное расширение пузырьков в области минимального сечения сопла по сравнению со случаем его отсутствия в пузырьках (Рис. 2), вследствие интенсивного испарения жидкости внутрь пузырьков, приводящего к уменьшению

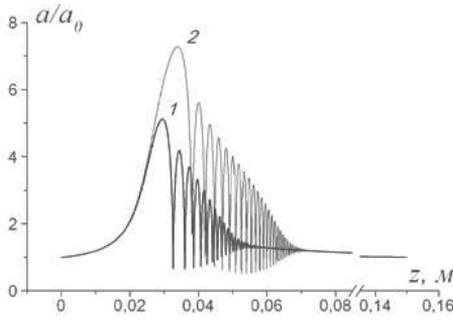


Рис. 2. Динамика колебаний пузырьков в сопле

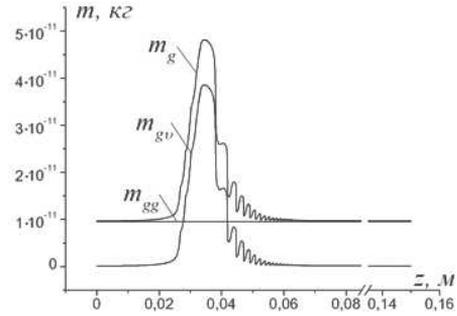
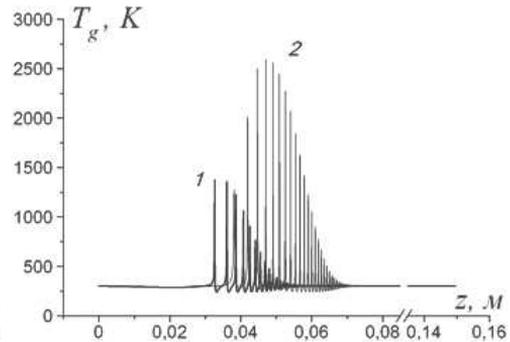
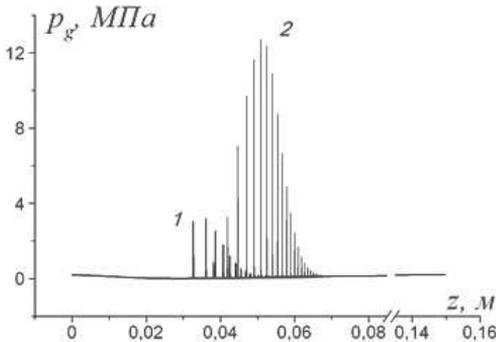


Рис. 3. Распределение массы газовой фазы и ее составляющих по длине сопла

Рис. 4. Распределение давления и температуры газовой фазы по длине сопла при параметрах пузырьковой жидкости на входе сопла:  $p_{l0} = p_{g0} = 200$  кПа,  $v_0 = 11.43$  м/с,  $a_0 = 10^{-4}$  м,  $\alpha_g = 10^{-4}$ ,  $T_0 = 300$  К

сопротивляемости пузырьков расширению. Здесь и на последующих рисунках кривая 1 соответствует пузырьковой жидкости с чисто газовыми пузырьками, кривая 2 — пузырьковой жидкости с парогазовыми пузырьками.

При этом масса парогазовой смеси в пузырьках может увеличиваться в несколько раз по сравнению с первоначальной (Рис. 3). Во-вторых, при последующем быстром сжатии пузырьков это большое количество пара, который не успевает конденсироваться обратно, приводит к демпфированию ударного сжатия пузырьков, вследствие чего в парогазовых пузырьках наиболее высокие давления и температуры реализуются не при первых схлопываниях, как это имеет место в пузырьковой жидкости при отсутствии фазовых переходов, а при последующих колебаниях, когда масса парогазовой смеси в пузырьках уменьшается (Рис. 4). Причем влияние пара на процесс колебания пузырьков и величину возникающих в них давлений

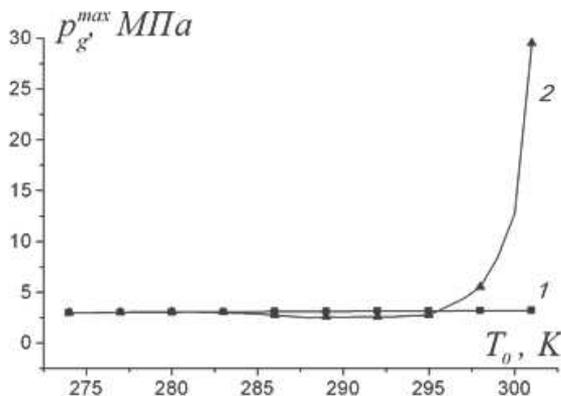


Рис. 5. Расчетная зависимость максимальных давлений возникающих в газовой фазе от начальной температуры пузырьковой системы

и температур начинает существенно проявляться, как показывает расчет, при температуре смеси порядка комнатной ( $\sim 25^\circ C$ ) и оставаться незначительным при более низких температурах (Рис. 5).

## 4 Заключение

Численный анализ для течения парогазожидкостной пузырьковой смеси в сопле подтверждает возможность получения высоких давлений и температур в газовой фазе изначально холодной пузырьковой системы в результате возникновения интенсивных нелинейных колебаний пузырьков в расширяющейся части сопла вблизи его минимального сечения. Отмечается существенное влияние на характер колебаний пузырьков и реализующиеся в них давления и температуры газа массового обмена между фазами пузырьковой жидкости.

## Список литературы

- [1] Галимов Э. М., Кудин А. М., Скоробогатский В. М. и др. Экспериментальное подтверждение синтеза алмаза в процессе кавитации // Докл. РАН. 2004. Т. 395, № 2, С. 187–191.
- [2] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.