



УДК 532.546

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

В. Л. Дмитриев, Е. А. Пономарева

Стерлитамакская государственная педагогическая академия, Стерлитамак

Аннотация. В работе рассматриваются процессы отражения и прохождения акустических волн на границе раздела двух пористых сред, насыщенных жидкостью или газом. Рассмотрены случаи пористой среды, слои которой обладают одинаковой пористостью, но насыщены разным флюидом. На основе дисперсионного соотношения и условий на границе раздела сред получены коэффициенты отражения и прохождения. Проанализирована возможность определения параметров пористого материала и насыщающего его флюида на основе отраженного от границы раздела сигнала.

Ключевые слова: волновой импульс, слоистая пористая среда, коэффициент отражения, коэффициент прохождения, граница пористой среды

1 Постановка задачи и основные уравнения

Математическое моделирование волновых процессов в слоистых средах является важной и актуальной проблемой. В последнее время интенсивно ведутся работы по изучению процессов отражения, преломления и распространения акустических волн в слоистых средах, содержащих пористые флюидонасыщенные прослойки. При этом особое внимание уделяется влиянию на свойства волн движения насыщающей жидкости относительно скелета пористой среды. Рассмотрим насыщенную флюидом слоистую пористую среду. Для описания распространения линейных волн в таких средах рассмотрим линеаризованную систему уравнений ([1, 2, 4]).

Запишем макроскопические линеаризованные уравнения массы для

скелета пористой среды и газа в порах:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \rho_{j0} \frac{\partial v_j}{\partial x} = 0,$$

где ρ_j и v_j — плотность и скорость j -й фазы. Нижний индекс $j = s, g$ будем относить к параметрам скелета и газа в порах. Дополнительным индексом (0) внизу снабжены параметры, соответствующие невозмущенному состоянию; верхний индекс (0) соответствует истинному значению параметра.

Уравнение импульсов для всей системы в целом запишем в виде:

$$\rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} + \rho_{s0} \frac{\partial v_s}{\partial t} = \alpha_{s0} \frac{\partial \sigma_s}{\partial x} - \alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x},$$

где p_g — давление в газовой фазе; α_s и α_g — объемные содержания твердой и газовой фаз соответственно; σ_s — напряжение в скелете.

Примем для скелета модель Максвелла:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + \frac{\sigma_s}{\mu_s}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial x},$$

где E_s и μ_s — модуль упругости и коэффициент динамической вязкости пористого скелета.

Уравнение импульсов для газовой фазы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} &= -\alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x} - F, \quad F = F_m + F_\mu + F_B, \\ F_m &= \frac{1}{2} \eta_m \alpha_{g0} \alpha_{s0} \rho_g^0 \left(\frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_s}{\partial t} \right), \quad F_\mu = \frac{9}{2} \eta_\mu \alpha_{g0} \alpha_{s0} \mu_g (v_g - v_s) a_0^{-2}, \\ F_B &= 6 \eta_B \alpha_{g0} \alpha_{s0} a_0^2 \sqrt{\pi \rho_g^0 \mu_g} \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial \tau} (v_g - v_s) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}. \end{aligned}$$

Здесь F_m — сила присоединенных масс, вызванная инерционным взаимодействием фаз; F_μ — аналог силы вязкого трения Стокса; F_B — аналог силы Бассэ, проявляющейся при высоких частотах из-за нестационарности вязкого пограничного слоя около границы с твердой фазой; μ_g — динамическая вязкость газа; η_m, η_μ, η_B — коэффициенты, зависящие от параметров пористой среды [1].

Для описания распределения температур в ячейке пористой среды запишем систему линеаризованных уравнений теплопроводности:

$$\begin{aligned} \rho_{g0}^0 c_g \frac{\partial T'_g}{\partial t} &= \lambda_g r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T'_g}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_g}{\partial t} \quad (0 < r < a_0), \\ \rho_{s0}^0 c_s \frac{\partial T'_s}{\partial t} &= \lambda_s \frac{\partial^2 T'_s}{\partial r^2} \quad (a_0 < r < a_0 + b_0), \end{aligned}$$

где λ_j и c_j — коэффициенты теплопроводности и удельной теплоемкости при постоянном давлении; r — микрокоордината, отсчитываемая от центра ячейки.

Газ, находящийся в порах среды, примем калорически совершенным и для него запишем уравнение состояния:

$$p_g = \rho_g^0 R T'_g,$$

где R — газовая постоянная.

Граничные условия запишутся в виде:

$$T'_g = T'_s, \quad \lambda_s \frac{\partial T'_s}{\partial r} = \lambda_g \frac{\partial T'_g}{\partial r} \quad (r = a_0),$$

$$\frac{\partial T'_g}{\partial r}, (r = 0), \quad \frac{\partial T'_s}{\partial r} = 0 \quad (r = a_0 + b_0).$$

После некоторых преобразований системы, с учетом граничных условий получим дисперсионное соотношение:

$$\frac{K}{\omega} = \pm \frac{1}{C_g \sqrt{2}} \sqrt{B_1 + B_2 \cdot \tilde{C}^2 \pm \sqrt{(B_1 + B_2 \cdot \tilde{C}^2)^2 - 4B_3 \cdot \tilde{C}^2}},$$

$$B_1 = (1 + \chi_T)(1 + i\chi_V \alpha_{s0}), \quad B_2 = \chi_\mu(1 + i\beta\chi_V),$$

$$B_3 = \chi_\mu(1 + \chi_T)(i\chi_V(\alpha_{s0} + \beta\alpha_{g0}) + 1),$$

$$\beta = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{s0}^0}, \quad \tilde{C} = \frac{C_g}{C_s}, \quad C_g = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_{g0}^0}}, \quad C_s = \sqrt{\frac{E_s}{\rho_{s0}^0}}, \quad \chi_V = \frac{1}{\omega \tau^*}, \quad \chi_\mu = 1 + \frac{iE_s}{\mu_s \omega},$$

$$\chi_T = \frac{(\gamma - 1)}{\Pi_g^{-1}(y_g) + y_s \operatorname{cth}(y_s) \eta^{-1}}, \quad \Pi_g(y_g) = 3[y_g \operatorname{cth}(y_g) - 1]y_g^{-2},$$

$$\tau^{*-1} = -\frac{1}{2}i\omega\eta_m + \frac{9}{2}\eta_\mu \nu_g a_0^{-2} + \frac{9}{4}\eta_B(1 - i)a_0^{-1} \sqrt{2\nu_g \omega}, \quad \nu_g = \frac{\mu_g}{\rho_{g0}^0},$$

$$\eta = \frac{\alpha_{s0} \rho_{s0}^0 c_s}{\rho_{g0}^0 c_g}, \quad y_g = \sqrt{-\frac{i\omega a_0^2}{\aleph_g}}, \quad y_s = \sqrt{-\frac{i\omega b_0^2}{\aleph_g}}, \quad \aleph_g = \frac{\lambda_g}{\rho_{g0}^0 c_g}, \quad \aleph_s = \frac{\lambda_s}{\rho_{s0}^0 c_s},$$

где ω — круговая частота; K — комплексное волновое число; C_g , C_s — фазовые скорости волны в газе и в скелете; p_0 — давление в газе в невозмущенном состоянии; γ — показатель адиабаты; a_0 — радиус поры; b — полутолщина стенки поры.

Коэффициенты χ_V и χ_T учитывают влияние, соответственно, нестационарных сил межфазного взаимодействия и теплообмена между скелетом

и газом на динамику «быстрой» и «медленной» волн, распространяющихся в пористой среде. Коэффициент χ_μ учитывает влияние вязких свойств материала скелета пористой среды.

Пусть имеется пористая среда, разграниченная параллельными плоскостями, отстоящими на расстоянии L друг от друга и перпендикулярными выбранному направлению x . Волновой импульс, распространяясь по внешней среде (например, по воздуху или по воде), перпендикулярно падает на поверхность пористой среды. Эту поверхность, на которую падает импульс, будем считать первой границей, а параллельную ей, расположенную на расстоянии L — второй границей (Рис. 1). Два других измерения, высоту и ширину пористой среды будем считать достаточно большими, чтобы пренебречь краевыми эффектами.

2 Коэффициенты отражения и прохождения

Найдем коэффициенты отражения N и прохождения M волн, определяемые соответственно как отношения давлений отраженной волны к падающей волне и прошедшей волны к падающей волне.

Учтем, что при падении плоской волны на границу раздела двух сред, должно выполняться равенство давлений и равенство скоростей частиц по обе стороны границы. Условие равенства давлений по обе стороны границы (непрерывность давления при переходе через границу), реально выполняется всегда. Условие равенства скоростей выражает неразрывность среды на границе: среды не должны отдаляться друг от друга или проникать взаимно друг в друга.

В результате запишем следующие граничные условия:

$$p_1 = p_2, \quad v_1 = v_2, \quad \alpha_1 = \alpha_2,$$

$$p_1^{(0)} + p_1^{(r)} = p_1, \quad v_1^{(0)} + v_1^{(r)} = v_1.$$

После некоторых выкладок и преобразований для первой границы получим следующие коэффициенты отражения и прохождения:

$$N = \frac{D_2 - D_1}{D_2 + D_1}, \quad M = \frac{2D_2}{D_2 + D_1},$$

$$D_i^{(g)} = \frac{\left[K_i^{(g)} + \frac{i\alpha_{g0}\chi_{iV}^{(g)}\omega^2(1 + \chi_T)}{K_{is}^{(g)}C_i^{(g)2}} \right]}{\omega\rho_{g0}^0 \left[1 + i\alpha_{s0}\chi_{iV}^{(g)} + \frac{i\alpha_{g0}\chi_{iV}^{(g)}K_i^{(g)}}{K_{is}^{(g)}} \right]},$$

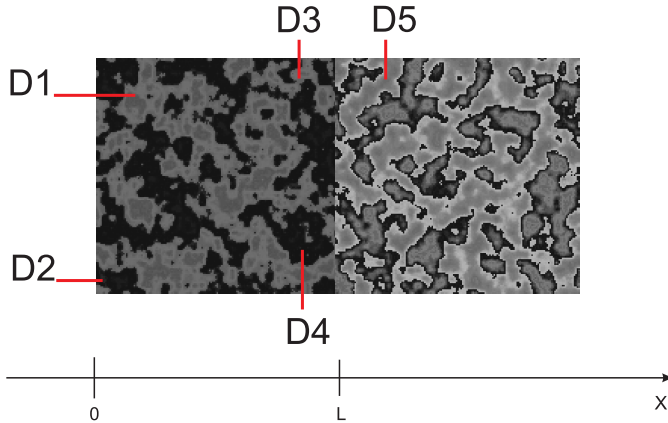


Рис. 1. Схематизация пористой среды и расположение датчиков

$$D_i^{(l)} = \frac{\left[K_i^{(l)} + \frac{i\alpha_{l0}\chi_{iV}^{(l)}\omega^2}{K_{is}^{(l)}C_i^{(l)2}} \right]}{\omega\rho_{l0}^0 \left[1 + i\alpha_{s0}\chi_{iV}^{(l)} + \frac{i\alpha_{l0}\chi_{iV}^{(l)}K_i^{(l)}}{K_{is}^{(l)}} \right]}.$$

Здесь нижний индекс i означает пористую среду в области $0 \leq x \leq L$ ($i = 1$) или области $x > L$ ($i = 2$), а верхний индекс (g, l) обозначает тип насыщающего среду флюида (газ или жидкость). На основе полученных выражений для коэффициентов отражения и прохождения рассмотрим динамику импульса конечной длительности при прохождении через пористую среду.

На Рис. 1 указано расположение датчиков, регистрирующих импульсы давлений в среде. Датчики $D1$ и $D2$ размещены вблизи первой границы пористой среды. Датчик $D1$ регистрирует исходный импульс давления (сплошная линия) и вернувшийся (штрихованная линия) по флюиду. Датчик $D2$ регистрирует исходный импульс давления в скелете. Датчики $D3$ и $D4$ расположены внутри пористой среды вблизи второй границы и регистрируют импульсы, дошедшие до границы по флюиду и по скелету соответственно. Датчик $D3$ также регистрирует отраженный от границы импульс по флюиду (штрихованная линия). Датчик $D5$ расположен за второй границей пористой среды и регистрирует импульс, прошедший через вторую границу по флюиду.

На Рис. 2 представлена динамика отражения и прохождения импульсом давления границ раздела пористых сред и эволюция импульса в пористой среде толщиной 1 м для случая, когда в первой области среда насыщена метаном, а во второй — воздухом. Параметры фаз следующие:

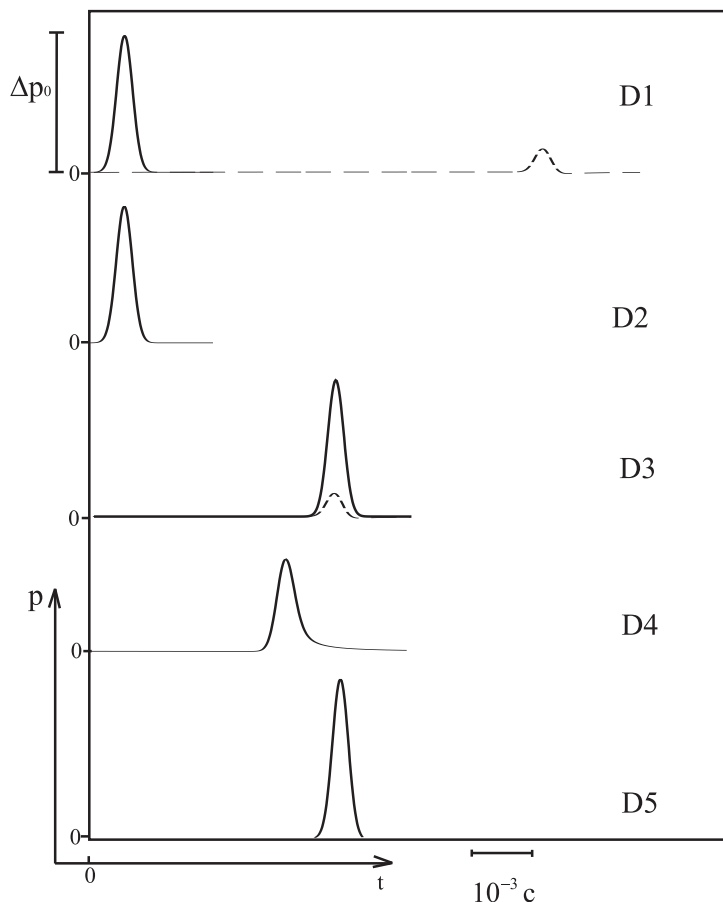


Рис. 2. Динамика отражения и прохождения импульса давления в случае, когда в первой области среда насыщена метаном, а во второй — воздухом

размеры пор равны $a_0 = 10^{-3}$ м, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.9$, температура среды 300 К. Для резины: $\rho_{s0} = 920$ кг/м³, $E_s = 10^8$ Па, $\lambda_s = 0.15$ Дж/(м·с·К), $c_s = 1561$ Дж/(кг·К), $\mu_s = 10^8$ Па·с; для воздуха: $\rho_{g0} = 1.29$ кг/м³, $c_g = 1006$ Дж/(кг·К), $\lambda_g = 0.025$ Дж/(м·с·К), $\gamma = 1.4$, $\mu_g = 1.86 \cdot 10^{-5}$ Па·с; для метана: $\rho_{g0} = 0.7168$ кг/м³, $c_g = 2485$ Дж/(кг·К), $\lambda_g = 0.033$ Дж/(м·с·К), $\gamma = 1.4$, $\mu_g = 1.108 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Временная протяженность импульсного сигнала в расчетах равна 10^{-3} с.

Из представленных осциллограмм видно, что по характеру вернувшегося импульса давления к датчику *D1* можно судить о свойствах флюидов, насыщающих пористую среду.

3 Заключение

Исследованы процессы распространения импульсов давлений в пористой среде, насыщенной различными газами. Показано, что по виду импульса, отраженного от границы раздела насыщающих флюидов, можно судить о свойствах насыщающего среду газа или жидкости, что позволяет акустическими методами исследовать параметры насыщенных пористых сред.

Список литературы

- [1] Шагапов В. Ш., Хусаинов И. Г., Дмитриев В. Л. Распространение линейных волн в насыщенных газом пористых средах с учетом межфазного теплообмена // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 4. С. 114–120.
- [2] Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
- [3] Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.
- [4] Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.