

УДК 681.51

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ВО ВЛАЖНЫХ НАСЫЩЕННЫХ ГАЗОМ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С УЧЕТОМ МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛООБМЕНА

В. Л. Дмитриев, С. В. Володин

Стерлитамакская государственная педагогическая академия, Стерлитамак

Аннотация. Записана система дифференциальных уравнений, описывающих процесс распространения акустических волн во влажной насыщенной газом пористой среде. Получено дисперсионное соотношение, учитывающее межфазные силы взаимодействия и теплообменные процессы между скелетом пористой среды, жидкостью и газом. Влияние теплообменных процессов между фазами на характер распространения «быстрой» и «медленной» волн учитывается на основании уравнений теплопроводности.

Ключевые слова: пористая среда, «быстрая» волна, «медленная» волна, теплообмен, декремент затухания волны, фазовая скорость волны

1 Основные уравнения

С влажными пористыми средами приходится сталкиваться в случаях, когда возможна конденсация водяного пара на внутренней поверхности пор пористого материала, используемого, например, для шумоизоляции помещений. Присутствие жидкой пленки может сильно влиять как на скорость, так и на затухание акустической волны. Рассмотрим пористую среду, материал скелета которой полностью смачивается водой (стенки пор покрыты тонким ее слоем) и насыщен газом.

Для описания распространения одномерных волн в такой среде примем следующие допущения. Будем считать, что значения длин рассматриваемых волн намного больше размеров пор, а скорости жидкой пленки и скелета при прохождении волны равны. В качестве характерных размеров

среды примем средний радиус пор — a_0 , среднюю толщину водной пленки — h_0 и среднюю полутолщину стенок пор — b_0 . Запишем следующую систему уравнений ([2–4]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \rho_{j0} \frac{\partial v_j}{\partial x} &= 0, \\ \rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} + \rho_{l0} \frac{\partial v_l}{\partial t} + \rho_{s0} \frac{\partial v_s}{\partial t} &= \alpha_{s0} \frac{\partial \sigma_s}{\partial x} - \alpha_{l0} \frac{\partial p_l}{\partial x} - \alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{1}{E_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + \frac{\sigma_s}{\mu_s}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial x}, \\ \rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} &= -\alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x} - F, \quad F = F_m + F_\mu + F_B, \\ F_m &= \frac{1}{2} \eta_m \alpha_{g0} (\alpha_{s0} + \alpha_{l0}) \rho_g^0 \left(\frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_s}{\partial t} \right), \quad F_\mu = \frac{9}{2} \eta_\mu \alpha_{g0} (\alpha_{s0} + \alpha_{l0}) \mu_g (v_g - v_s) a_0^{-2}, \\ F_B &= 6 \eta_B \alpha_{g0} \alpha_{s0} a_0^2 \sqrt{\pi \rho_g^0 \mu_g} \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial \tau} (v_g - v_s) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}, \\ p_g &= \rho_g^0 R T'_g, \quad p_l - p_{l0} = C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \\ \rho_j &= \alpha_j \rho_j^0, \quad \alpha_g = \frac{a^3}{(a + h + b)^3}, \quad \alpha_l = \frac{(a + h)^3 - a^3}{(a + h + b)^3}, \quad \alpha_g + \alpha_l + \alpha_s = 1, \\ \rho_g^0 &= \frac{3}{4\pi a^3} \int_0^a \rho_g^0 4\pi r^2 dr, \\ \rho_{g0}^0 c_g \frac{\partial T'_g}{\partial t} &= \lambda_g r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T'_g}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_g}{\partial t} \quad (0 < r < a_0), \\ \rho_{l0}^0 c_l \frac{\partial T'_l}{\partial t} &= \lambda_l \frac{\partial^2 T'_l}{\partial r^2} \quad (a_0 < r < a_0 + h_0), \\ \rho_{s0}^0 c_s \frac{\partial T'_s}{\partial t} &= \lambda_s \frac{\partial^2 T'_s}{\partial r^2} \quad (a_0 + h_0 < r < a_0 + h_0 + b_0). \end{aligned}$$

Граничные условия для этой системы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} T'_g &= T'_l, \quad \lambda_l \frac{\partial T'_l}{\partial r} = \lambda_g \frac{\partial T'_g}{\partial r} \quad (r = a_0), \\ T'_l &= T'_s, \quad \lambda_s \frac{\partial T'_s}{\partial r} = \lambda_l \frac{\partial T'_l}{\partial r} \quad (r = a_0 + h_0), \\ \frac{\partial T'_g}{\partial r} &= 0 \quad (r = 0), \quad \frac{\partial T'_s}{\partial r} = 0 \quad (r = a_0 + h_0 + b_0). \end{aligned}$$

Здесь ρ_j и v_j — плотность и скорость j -й фазы; p_g, p_l — давление в газовой и жидкой фазах; α_s и α_g — объемные содержания твердой, жидкой и газовой фаз; σ_s — напряжение; E_s и μ_s — модуль упругости и коэффициент динамической вязкости пористого скелета; F_m — сила присоединенных масс, вызванная инерционным взаимодействием фаз; F_μ — аналог силы вязкого трения Стокса; F_B — аналог силы Бассэ, проявляющейся при высоких частотах из-за нестационарности вязкого пограничного слоя около границы с твердой фазой; μ_g — динамическая вязкость газа; η_m, η_μ, η_B — коэффициенты, зависящие от параметров пористой среды [2]; λ_j и c_j — коэффициенты теплопроводности и удельной теплоемкости при постоянном давлении; r — микрокоордината, отсчитываемая от центра ячейки; R — газовая постоянная. Нижний индекс $j = s, g$ будем относить к параметрам скелета и газа в порах. Дополнительным индексом (0) внизу снабжены параметры, соответствующие невозмущенному состоянию; верхний индекс (0) соответствует истинному значению параметра.

2 Распространение линейных волн в пористой среде

Решение системы уравнений с учетом граничных условий будем искать в виде затухающих бегущих волн:

$$\rho_j^0, v_j, p_j, \alpha_j, \sigma_s \cong \exp[i \cdot (Kx - \omega t)], \quad (1)$$

$$T_j = A_{T_j}(r) \exp[i \cdot (Kx - \omega t)], \quad K = k + i\delta,$$

где ω — круговая частота; K — комплексное волновое число; δ — коэффициент затухания.

Из условия существования решения вида (1), после ряда преобразований, получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$K = \pm \sqrt{\left(\frac{B_1}{2}\right) (B_2 + B_3) \pm \sqrt{\left(\frac{B_1}{2}\right)^2 (B_2 + B_3)^2 - \omega B_1 B_4}}, \quad (2)$$

$$B_1 = \frac{\omega^2}{\alpha_{l0} C_l^2 C_s^{-2} \tilde{\rho}_1 + \chi_\mu \alpha_{s0}},$$

$$B_2 = [1 + i(1 - \alpha_{g0}) \chi_V] [\alpha_{s0} \chi_\mu + \alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 C_l^2 C_s^{-2}] (1 + \chi_T) C_g^{-2},$$

$$B_3 = [\alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 + \alpha_{s0} + i(1 - \alpha_{g0}) \chi_V \tilde{\rho}_2] C_s^{-2}, \quad \tilde{\rho}_1 = \frac{\rho_{l0}^0}{\rho_{s0}^0}, \quad \tilde{\rho}_2 = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{s0}^0},$$

$$B_4 = [\alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 + \alpha_{s0} + i(1 - \alpha_{g0}) \chi_V (\alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 + \alpha_{s0} + \alpha_{g0} \tilde{\rho}_2)] (1 + \chi_T) C_g^{-2} C_s^{-2},$$

$$C_g = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_{g0}^0}}, \quad C_s = \sqrt{\frac{E_s}{\rho_{s0}^0}},$$

$$\chi_V = \frac{1}{\omega \tau^*}, \quad \chi_T = \frac{3(1 - \gamma^{-1}) \Pi_g(y_g)}{y_g^2} \cdot \tilde{A}, \quad \chi_\mu = \frac{1}{1 + \frac{iE_s}{\omega \mu_s}},$$

$$\Pi_g(y_g) = [y_g \operatorname{cth}(y_g) - 1], \quad \nu_g = \frac{\mu_g}{\rho_{g0}^0},$$

$$\tilde{A} = \frac{A_1 \cdot \operatorname{th}(y_l) + 1}{\Pi_g(y_g) \frac{\lambda_g h_0}{\lambda_l y_l a_0} (A_1 + \operatorname{th}(y_l)) + A_1 \cdot \operatorname{th}(y_l) + 1},$$

$$A_1 = \frac{\lambda_l y_l b_0}{\lambda_s y_s h_0} \operatorname{cth}(y_s),$$

$$\tau^{*-1} = \frac{1}{2} (-i\omega) \eta_m + \frac{9}{2} \eta_\mu \nu_g a_0^{-2} + \frac{9}{4} (1 - i) \eta_B a_0^{-1} \sqrt{2\omega \nu_g},$$

где C_g, C_s — фазовые скорости волны в газе и в скелете; p_0 — давление в газе в невозмущенном состоянии; γ — показатель адиабаты; ρ_{j0}^0 — начальная истинная плотность j -й фазы.

Коэффициенты χ_V и χ_T учитывают влияние, соответственно, нестационарных сил межфазного взаимодействия и теплообмена между скелетом и газом на динамику «быстрой» и «медленной» волн, распространяющихся в пористой среде. Коэффициент χ_μ учитывает влияние вязких свойств материала скелета пористой среды. Отметим, что данное дисперсионное соотношение в случае отсутствия водной пленки ($\alpha_{l0} = 0$) полностью совпадает с дисперсионным соотношением, полученным ранее в работе [2] для сухой пористой среды.

3 Результаты расчета

По дисперсионному соотношению (2) рассчитаны средняя фазовая скорость и коэффициент затухания для обоих типов волн. Параметры фаз взяты при температуре среды 300 К. Для резины: $\rho_{s0} = 920 \text{ кг/м}^3$, $E_s = 10^8 \text{ Па}$, $\lambda_s = 0.15 \text{ Дж/(м}\cdot\text{с}\cdot\text{К)}$, $c_s = 1571 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\mu_s = 10^8 \text{ Па}\cdot\text{с}$; для воздуха: $\rho_{g0} = 1.29 \text{ кг/м}^3$, $c_g = 1006 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\lambda_g = 0.025 \text{ Дж/(м}\cdot\text{с}\cdot\text{К)}$, $\gamma = 1.4$, $\mu_g = 1.86 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$; для воды: $\rho_{l0} = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_l = 0.6 \text{ Дж/(м}\cdot\text{с}\cdot\text{К)}$, $c_l = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $C_l = 1500 \text{ м/с}$.

На Рис. 1 представлены зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости «медленной» волны от частоты для системы «резина–вода–воздух».

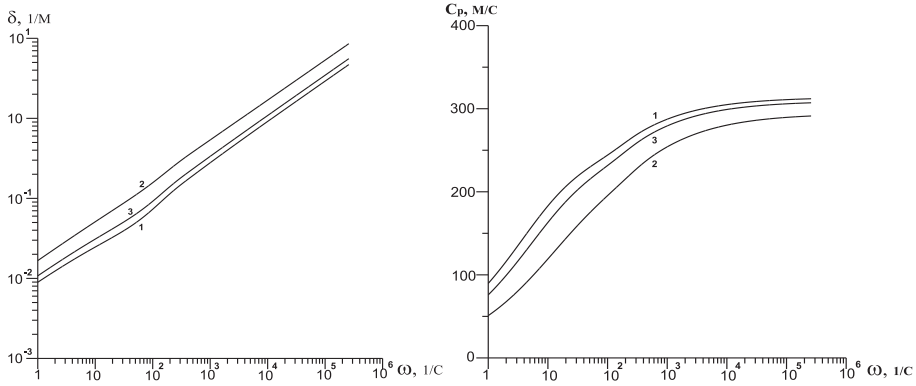


Рис. 1. Зависимость коэффициента затухания и фазовой скорости «медленных» волн от частоты при различном объемном содержании жидкой фазы

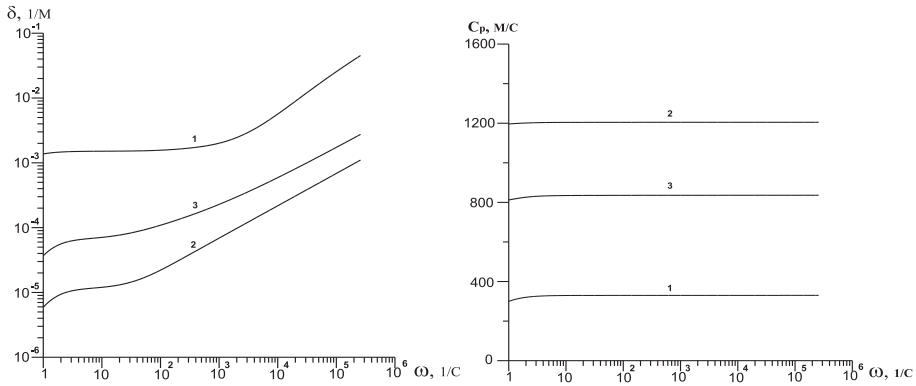


Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания и фазовой скорости «быстрых» волн от частоты при различном объемном содержании жидкой фазы

Линии 1, 2, 3 характеризуют ситуации, когда объемное содержание жидкой и газовой фазы равны соответственно: 1 — среда полностью сухая, жидкая фаза отсутствует, а газосодержание равно $\alpha_{g0} = 0.8$; 2 — $\alpha_{l0} = 0.31$, $\alpha_{g0} = 0.49$; 3 — $\alpha_{l0} = 0.07$, $\alpha_{g0} = 0.73$. При этом объемное содержание твердой фазы во всех случаях считается равным $\alpha_{s0} = 0.2$, характерные размеры пор равны $a_0 = 10^{-3}$ м. Представленные зависимости показывают, что влагосодержание может оказать существенное влияние как на коэффициент затухания, так и на фазовую скорость «медленной» волны.

На Рис. 2 представлены зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости «быстрой» волны от частоты для системы «резина–вода–

воздух» при тех же содержаниях фаз.

Видно, что при распространении «быстрых» волн объемное содержание жидкой фазы играет существенную роль. Так, даже при небольшом наличии влаги в порах ($\alpha_{l0} = 0.07$ — линия 3), волна затухает существенно меньше, в то время как фазовая скорость значительно возрастает.

Таким образом, при эксплуатации пористой звукоизолирующей перегородки в помещениях с повышенным влагосодержанием, способствующим образованию в ее порах влажной пленки, необходимо вести расчеты по дисперсионному соотношению (2).

4 Заключение

Исследовано влияние влагосодержания в порах на распространение «быстрой» и «медленной» волн в пористой среде. Проведено сравнение дисперсионного соотношения (2) с полученным ранее соотношением в работе [2]. Показана необходимость учета наличия водной пленки в пористой среде.

Список литературы

- [1] Шагапов В. Ш. Влияние тепломассообменных процессов между фазами на распространение малых возмущений в пене // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23, № 1. С. 126–132.
- [2] Шагапов В. Ш., Хусаинов И. Г., Дмитриев В. Л. Распространение линейных волн в насыщенных газом пористых средах с учетом межфазного теплообмена // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 4. С. 114–120.
- [3] Новиков В. В., Войцеховский К. В. Вязкоупругие свойства фрактальных сред // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 1. С. 162–172.
- [4] Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.