



УДК 532.529:518.5

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛНЫ СЖАТИЯ СО СЛОЕМ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ В ЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*А. А. Губайдуллин, О. Ю. Болдырева, Д. Н. Дудко*

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень

**Аннотация.** Исследуется взаимодействие волны сжатия с пористым слоем, экранирующим жесткую стенку. Рассматриваются случаи наличия или отсутствия зазора между пористым слоем и жесткой стенкой. На основе метода Фурье предложена методика расчета в линейном приближении давлений и напряжений в пористом слое, зазоре и на преграде при прохождении волны сжатия из флюида в пористый слой и последующем отражении от преграды.

**Ключевые слова:** пористый слой, зазор, отражение волны

---

## 1 Введение

Пористые материалы широко используются в современной промышленности, в частности, для поглощения вредных шумов, в архитектурной акустике, а также рассматриваются как демпфирующие среды для ослабления взрывных воздействий на сооружения. Распространение и взаимодействие волн в пористых средах изучаются в связи с задачами сейсмоакустики и воздействия на горные массивы и нефтегазовые пласты. Знание закономерностей прохождения и отражения импульсов давления от пористых пластин также необходимо для определения свойств и контроля качества пористых материалов. Для всех этих приложений очень важно исследовать взаимодействие импульсов давления с пористой средой и характер движения флюида внутри пор в широком диапазоне свойств материалов.

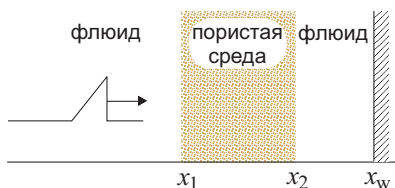


Рис. 1.

В настоящей работе предложена методика численного исследования в линейном приближении процесса взаимодействия волны сжатия с преградой, экранируемой пористым слоем и зазором.

## 2 Постановка задачи, уравнения

Имеется пористый слой ( $x_1 < x < x_2$ ), зазор ( $x_2 < x < x_w$ ) и преграда — жесткая стенка ( $x = x_w$ ). Область  $x < x_1$  и зазор заполнены флюидом — газом или жидкостью, пористая среда насыщена тем же флюидом. Перед слоем во флюиде при  $x = x_0$  задается волна сжатия. На границах  $x = x_1, x_2$  поры считаются открытыми. Схема приведена на Рис. 1.

Цель исследования — изучение особенностей прохождения волны сжатия в пористый слой и последующего отражения от жесткой стенки.

Для решения задачи использовались линеаризованные уравнения одномерного движения упругой пористой среды в рамках двухскоростной с двумя напряжениями модели [1, 2]. Движение флюида перед пористым слоем и в зазоре рассматривается в акустическом приближении.

На границах  $x = x_1, x_2, x_w$  задаются условия, выражающие непрерывность потока флюида  $\rho_f v_f$ , непрерывность полного напряжения  $\sigma = -p'_f + \sigma_{s*}$ , а также равенство нулю приведенного напряжения  $\sigma_{s*}$  [3]:

$$\begin{aligned} \rho_{f0}^{\circ}(v_f - v_s)|_{x=x_1-0} &= \rho_{f0}(v_f - v_s)|_{x=x_1+0}, \\ p'_f|_{x=x_1-0} &= (p'_f - \sigma_{s*})|_{x=x_1+0}, \quad \sigma_{s*}|_{x=x_1+0} = 0, \\ \rho_{f0}(v_f - v_s)|_{x=x_2-0} &= \rho_{f0}^{\circ}(v_f - v_s)|_{x=x_2+0}, \\ (p'_f - \sigma_{s*})|_{x=x_2-0} &= p'_f|_{x=x_2+0}, \quad \sigma_{s*}|_{x=x_2-0} = 0, \quad v_f|_{x=x_w} = 0. \end{aligned}$$

Здесь нижние индексы  $j = s, f$  относятся к параметрам скелета или флюида соответственно; нижний индекс 0 означает невозмущенное значение, а штрих — отклонение от невозмущенного значения ( $w' = w - w_0$ ).

Давление в начальном импульсе во флюиде перед слоем, соответствующем бегущей вдоль оси  $x$  волне, задается как функция времени  $p'_f|_{x=x_0} = p_{in}(t)$ .

### 3 Методика расчета

Известно, что после прохождения импульса из флюида в пористую среду возмущение приобретает двухволновой характер из-за наличия в пористой среде двух продольных мод. Далее, в результате прохождения возмущений в зазор, отражений и переотражений от границ пористого слоя (ПС) и жесткой стенки, в системе «пористый слой + зазор» формируется сложная волновая картина. Все возникающие при этом волны представляют собой следующие группы волн:

1. Быстрые волны в ПС, распространяющиеся в прямом направлении (положительном направлении оси  $x$ );
2. Медленные волны в ПС, в прямом направлении;
3. Быстрые волны в ПС, в обратном направлении;
4. Медленные волны в ПС, в обратном направлении;
5. Звуковые волны в зазоре, в прямом направлении;
6. Звуковые волны в зазоре, в обратном направлении;
7. Звуковые волны перед слоем, в обратном направлении.

Заметим, что при рассмотрении процесса в линейном приближении каждую группу волн можно считать одной волной с суммарной амплитудой. Таким образом, при взаимодействии волны сжатия с системой «пористый слой + зазор + жесткая стенка», помимо исходной волны, возникает 7 волн. Их количество равно числу граничных условий в граничных точках этой системы  $x = x_1, x_2, x_w$ , где свойства среды претерпевают разрыв [4].

Для определения амплитуд возникающих волн используется разложение  $p'_f, \sigma_{s*}$  в ряд Фурье и рассматриваются гармонические составляющие распространяющихся в данной системе волн:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{p}'_f &= \overset{\circ}{P} \exp i(\omega t - k_f x) - \text{исходная волна во флюиде перед слоем;} \\ \tilde{p}'_f &= \tilde{P} \exp i(\omega t + k_f x) - \text{отраженная от слоя волна во флюиде;} \\ p_f^{(1)'} &= P^{(1)} \exp i(\omega t - k^{(1)} x), \quad \sigma_{s*}^{(1)} = S^{(1)} \exp i(\omega t - k^{(1)} x), \\ p_f^{(2)'} &= P^{(2)} \exp i(\omega t - k^{(2)} x), \quad \sigma_{s*}^{(2)} = S^{(1)} \exp i(\omega t - k^{(2)} x) - \text{быстрая и} \\ &\text{медленная волны в слое, распространяющиеся в прямом направлении;} \\ \tilde{p}_f^{(1)'} &= \tilde{P}^{(1)} \exp i(\omega t + k^{(1)} x), \quad \tilde{\sigma}_{s*}^{(1)} = \tilde{S}^{(1)} \exp i(\omega t + k^{(1)} x), \\ \tilde{p}_f^{(2)'} &= \tilde{P}^{(2)} \exp i(\omega t + k^{(2)} x), \quad \tilde{\sigma}_{s*}^{(2)} = \tilde{S}^{(2)} \exp i(\omega t + k^{(2)} x) - \text{быстрая и} \\ &\text{медленная волны в слое, распространяющиеся в обратном направлении;} \\ \hat{p}'_f &= \hat{P} \exp i(\omega t - k_f x), \quad \tilde{\hat{p}}'_f = \tilde{\hat{P}} \exp i(\omega t + k_f x) - \text{звуковые волны в} \\ &\text{прямом и обратном направлении во флюиде в зазоре.} \end{aligned}$$

Здесь  $k_f, k_{(1)}, k_{(2)}$  — волновые числа звуковых волн во флюиде, быстрой и медленной волн в пористой среде.

Заметим, что для каждой из волн в пористой среде амплитуды  $P^{(j)}$ ,

$S^{(j)}$  не являются независимыми, а связаны линейным соотношением  $P^{(j)} = g^{(j)} \cdot S^{(j)}$ , с коэффициентом  $g^{(j)}$ , зависящим от свойств пористой среды и волнового числа  $k^{(j)}$  данной собственной моды. Амплитуды скоростей каждой из волн также линейно связаны с амплитудами давления и приведенного напряжения  $P^{(j)}, S^{(j)}$ . Поэтому в качестве независимых амплитуд здесь можно выбрать  $\overset{\circ}{P}, \tilde{P}, S^{(1)}, S^{(2)}, \tilde{S}^{(1)}, \tilde{S}^{(2)}, \hat{P}, \tilde{\hat{P}}$ .

Тогда, после подстановки решения в указанном виде в граничные условия задачи, определение полей давлений и напряжений сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд

$$Ma^T = a_0^T,$$

где  $a = (\tilde{P}, S^{(1)}, S^{(2)}, \tilde{S}^{(1)}, \tilde{S}^{(2)}, \hat{P}, \tilde{\hat{P}})$ ;  $a_0 = \overset{\circ}{P} \exp(-ik_f x_0)(1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$ . Коэффициенты матрицы  $M$  зависят от параметров слоя, зазора, волновых чисел.

При отсутствии зазора между ПС и преградой в процессе взаимодействия волны сжатия с ПС и жесткой стенкой возникает 5 волн и, соответственно, 5 граничных условий. Данная методика позволяет также рассмотреть процесс прохождения волны сжатия из флюида в протяженную пористую среду (то есть если отсутствуют зазор и жесткая стенка) и в систему «пористый слой + зазор бесконечной протяженности» (отсутствует жесткая стенка). При этом возникает меньшее число прошедших и отраженных волн, и имеется такое же количество граничных условий.

Изменение импульса давления при его прохождении в слой, зазор и последующем отражении от жесткой стенки рассчитывается с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье следующим образом. Исходный импульс давления задается в точке  $x = x_0$  перед слоем как функция дискретного времени. С помощью обратного преобразования Фурье определяются комплексные амплитуды его гармонических составляющих  $\overset{\circ}{P}$ . Далее амплитуды гармонических составляющих всех возникающих волн определяются из указанной выше системы линейных уравнений. Затем, зная все амплитуды  $\overset{\circ}{P}, \tilde{P}, S^{(1)}, S^{(2)}, \tilde{S}^{(1)}, \tilde{S}^{(2)}, \hat{P}, \tilde{\hat{P}}$ , изменения давлений и напряжений как функции времени в каждой из волн в некоторой точке пространства  $x = x_*$  рассчитываются с помощью прямого преобразования Фурье. Сумма давлений и напряжений во всех распространяющихся в рассматриваемой системе волнах дает зависимость от времени давления флюида и приведенного напряжения скелета в заданной точке среды  $x = x_*$ .

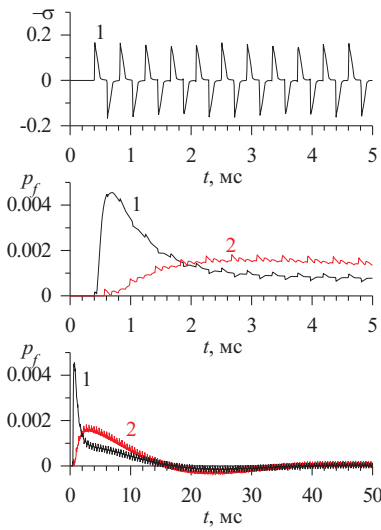


Рис. 2. Изменение полного напряжения  $\sigma$  и давления газа  $p_f$  внутри пористого слоя (линия 1,  $x = 0.05$  м) и на стенке (линия 2,  $x = 0.12$  м). Протяженность пористого слоя 0.1 м, зазора 0.02 м

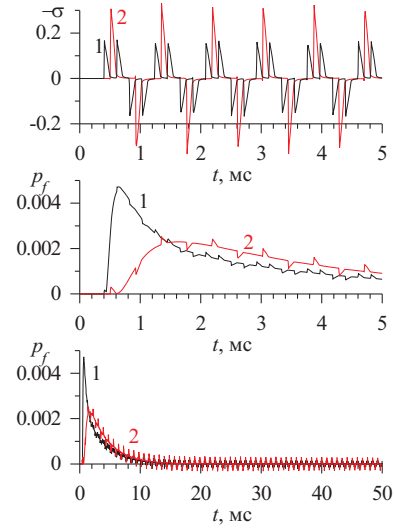


Рис. 3. Изменение полного напряжения  $\sigma$  и давления газа  $p_f$  внутри пористого слоя (линия 1,  $x = 0.05$  м) и на стенке (линия 2,  $x = 0.1$  м). Протяженность пористого слоя 0.1 м, зазор отсутствует

## 4 Результаты расчетов

Рассчитывалось поведение волны сжатия, взаимодействующей с преградой, экранированной пористым слоем. Для случая газонасыщенной среды установлено, что при отсутствии зазора давление газа в слое и на стенке снижается монотонно. При наличии зазора зависимость давления от времени в слое и на стенке имеет осциллирующий, затухающий характер, при этом период осцилляций и степень затухания определяются соотношением между протяженностями пористого слоя и зазора.

На Рис. 2 показано поведение воздушной волны сжатия при ее взаимодействии с системой «пористый слой + зазор + жесткая стенка». В данном расчете материал скелета пористой среды — кварц, газ — воздух, пористость 0.4, характерный радиус зерен 0.1 мм. Протяженности пористого слоя и зазора составляют 0.1 м и 0.02 м. Исходный импульс в воздухе при  $x_0 = -0.1$  м имел треугольную форму, безразмерную амплитуду 0.1, длительность 0.1 мс. На Рис. 2 приведены полное напряжение  $\sigma$  и давление

газа  $p_f$  внутри пористого слоя (линия 1,  $x = 0.05$  м) и на стенке (линия 2,  $x = x_w = 0.12$  м) на начальном и более длительном (до 50 мс) промежутке времени.

Полное напряжение  $\sigma$  имеет одноволновую структуру и представляет собой быструю волну. Наблюдается последовательность импульсов сжатия и разрежения, иллюстрирующая отражение от границы с зазором (первый импульс разрежения) и последующие переотражения от левой и правой границ пористого слоя с воздухом.

Основное возмущение в поровом флюиде — воздухе (кривая давления газа  $p_f$ ) — представляет собой медленную волну. Хотя оно и имеет двухволновую структуру, но амплитуда быстрой волны (небольшой пик в самом начале кривой 1 пренебрежимо мала. Последующие пики на кривой давления газа  $p_f$  представляют собой результат отражения и переотражений быстрой волны от правой и левой границ пористой среды с воздухом. Слабое затухание быстрой волны в данных расчетах объясняется упругим поведением скелета пористой среды.

Основное воздействие на экранируемую преграду обусловлено повышением давления в результате прохождения из слоя в зазор медленной, а не быстрой волны (Рис. 2,  $p_f$ , линия 2). При отсутствии зазора определяющее воздействие на преграду производится, напротив, быстрой волной в слое (Рис. 3,  $\sigma$ , линия 2).

## 5 Заключение

На основе метода Фурье разработана методика расчета в линейном приближении полей давлений и напряжений в слое и зазоре при взаимодействии волны сжатия с преградой, экранируемой пористым слоем и зазором. Показано, что в случае газонасыщенной среды при наличии зазора между пористым слоем и стенкой определяющее значение на процесс волнового воздействия на стенку оказывает медленная волна в пористом слое, а при отсутствии зазора — быстрая волна.

## Список литературы

- [1] Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
- [2] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
- [3] Deresiewicz H., Skalac R. On uniqueness in dynamic poroelasticity // Bull. Seism. Soc America. 1963. V. 53, №. 4. Pp. 783–788.
- [4] Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.