



УДК 532.546:534.1

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В НАСЫЩЕННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

*О. Ю. Болдырева*

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень

**Аннотация.** Исследованы зависимости от частоты скорости и затухания волн, распространяющихся вдоль заполненной жидкостью цилиндрической полости в насыщенной пористой среде. Исследование проведено в рамках двухскоростной с двумя напряжениями модели пористой среды, учитывающей нестационарные силы межфазного взаимодействия. На границе между флюидом и пористой средой было рассмотрено два типа граничных условий — открытые и закрытые поры. Установлено, что наиболее существенное влияние на скорость и затухание основной акустической моды в цилиндрическом волноводе в пористой среде оказывает проницаемость пористой среды.

**Ключевые слова:** пористая среда, волны

---

## 1 Введение

Изучение свойств акустических поверхностных волн актуально в связи с многочисленными приложениями, например, для определения свойств упругих материалов. В частности, в геофизике поверхностные акустические волны используются для определения характеристик водонасыщенных и углеводородных пластов, когда влиянием флюида на распространение волн нельзя пренебречь. Для правильной интерпретации акустических каротажных диаграмм требуется глубокое понимание влияния свойств пород (пористости, проницаемости, литологического состава, насыщенности углеводородами) на распространение волн. В традиционных акустических исследованиях скважин по первому вступлению акустического импульса

определяется пористость породы, по всему цугу волн определяются ее механические свойства, а одно из последующих вступлений, волна Стоунли (также называемая трубной волной), используется для определения проницаемости.

Распространение упругих волн вдоль цилиндрической полости в безграничной упругой среде впервые исследовалось в работе [1]. Свойства волн, распространяющихся в заполненных водой цилиндрических скважинах в пористой среде, рассматривались в ряде работ [2–10]. При этом окружающая порода моделировалась однофазной упругой средой либо двухфазной средой Био [11]. Сравнение с лабораторными данными приведено в [5, 7, 9, 10].

Целью настоящего исследования является изучение влияния свойств жидкости и окружающей пористой среды, а также условий на границе на скорость и затухание основной акустической моды, распространяющейся вдоль цилиндрической полости, в широком частотном диапазоне.

## 2 Уравнения движения, граничные условия

Пусть в насыщенной жидкостью пористой среде имеется цилиндрическая полость радиуса  $a_c$ , заполненная той же жидкостью; ось  $z$  полярной системы координат направлена вдоль оси цилиндрической полости. Таким образом, пористая среда занимает область  $r > a_c$  и граничит с жидкостью, заполняющей область  $r < a_c$ . Для описания движения упругой пористой среды используется двухскоростная с двумя напряжениями модель [12], движение жидкости в полости рассматривается в акустическом приближении.

Рассматривается двумерное движение, соответствующее распространению поверхностной волны вдоль оси  $z$  полости, при этом все величины зависят лишь от  $r$  и  $z$ . Гармоническая поверхностная волна является комбинацией неоднородных объемных волн в пористой среде и в жидкости. Потенциалы перемещений приняты в виде:

$$\vec{v}_j = \partial \vec{u}_j / \partial t, \quad \vec{u}_j = \text{grad } \Phi_{j1} + \text{grad } \Phi_{j2} + \text{rot } \vec{\Psi}_j$$

$$\Phi_{j1} = A_{j1} \exp i(\omega t - kz) K_0(\gamma_1 r), \quad \Phi_{j2} = A_{j2} \exp i(\omega t - kz) K_0(\gamma_2 r),$$

$$\vec{\Psi}_j = \{0, \Psi, 0\}, \quad \Psi_j = iB_j \exp i(\omega t - kz) K_1(\beta r),$$

$$\vec{v}_f = \partial \vec{u}_f / \partial t, \quad \vec{u}_f = \text{grad } \tilde{\Phi}_f, \quad \tilde{\Phi}_f = \tilde{A}_f \exp i(\omega t - kz) I_0(\gamma_f r).$$

Здесь  $\Phi_{j1}$ ,  $\Phi_{j2}$ ,  $\Psi_j$  — скалярные и векторные потенциалы для твердой ( $j = s$ ) и жидкой ( $j = f$ ) фаз пористой среды;  $\tilde{\Phi}_f$  — скалярный потенциал для жидкости в полости;  $I_0(w)$ ,  $K_0(w)$ ,  $K_1(w)$  — модифицированные функции Бесселя комплексного аргумента. Следует заметить, что волновые числа

поверхностной волны  $k$ , продольных и поперечной волн  $k_{(l1)}$ ,  $k_{(l2)}$ ,  $k_{(t)}$  в пористой среде, звуковой волны в жидкости  $k_f$  и коэффициенты  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_f$  связаны следующими соотношениями:

$$k_{(l1)}^2 = k^2 - \gamma_1^2, \quad k_{(l2)}^2 = k^2 - \gamma_2^2, \quad k_{(t)}^2 = k^2 - \beta^2, \quad k_f^2 = k^2 - \gamma_f^2.$$

На границе  $r = a_c$  выполняются условия непрерывности нормальных компонент полного напряжения  $\sigma$  в среде ( $\sigma^{mn} = -\delta^{mn}p'_f + \sigma_{s*}^{mn}$ ), равенства объемов протекающей через границу жидкости, а также принято линейное соотношение между скачком давления и нормальной скоростью жидкости в пористой среде:

$$r = a_c: \quad \sigma_{s*}^{rz} = 0, \quad -\sigma_{s*}^{rr} + p'_f = \tilde{p}'_f, \\ \alpha_f(v_f^r - v_s^r) = \tilde{v}_f^r - v_s^r, \quad p'_f - \tilde{p}'_f = T \alpha_f(v_f^r - v_s^r).$$

Здесь параметр  $T$  характеризует граничную поверхность пористой среды:  $T = 0$  соответствует открытым порам, когда происходит беспрепятственный обмен жидкостью на границе пористой среды,  $T = +\infty$  описывает случай полностью закрытых пор на границе, а промежуточные случаи конечных значений  $T > 0$  соответствуют ограниченному обмену жидкостью. Используя стандартную процедуру, выводится дисперсионное соотношение, позволяющее определить волновое число  $k$  и коэффициенты  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_f$  как функции частоты  $\omega$ . Для нахождения комплексных корней  $k$  дисперсионного уравнения используются вычислительные процедуры поиска и уточнения корней уравнений в комплексной области. Затем вычисляются скорость распространения поверхностной волны и ее пространственный коэффициент затухания  $C = \omega/\text{Re } k$ ,  $\delta = -\text{Im } k$ .

### 3 Результаты расчетов

Расчеты проводились в широком диапазоне значений параметров пористой среды для случаев открытых или закрытых пор на границе. При этом предполагалось, что жидкость, с которой граничит пористая среда, и жидкость, насыщающая поры, одна и та же. Были получены решения дисперсионного уравнения, соответствующие распространению основной акустической моды. В расчетах были использованы следующие основные параметры: пористая среда — водонасыщенный кварцевый песок, жидкость — вода, пористость — 0.33, характерный размер зерен — 0.1, 0.032, 0.01 мм (что соответствует значениям проницаемости 50, 5 и 0.5 Дарси), радиус полости — 0.1 м.

Было изучено влияние параметров пористой среды и условий на границе на особенности распространения основной акустической моды в цилиндрической полости в пористой среде. Обнаружено, что наиболее существенное влияние на скорость и затухание основной акустической моды

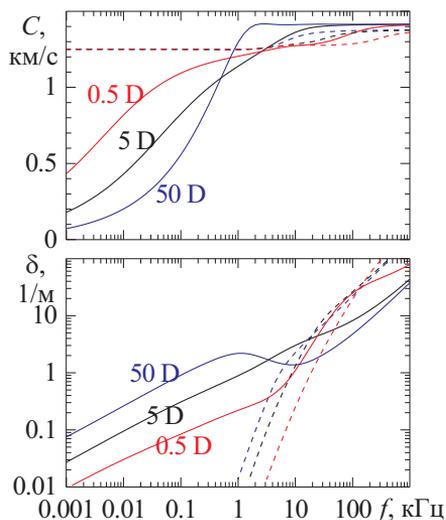


Рис. 1. Фазовая скорость и пространственный декремент затухания основной акустической моды в заполненной жидкостью цилиндрической полости в пористой среде при различных значениях проницаемости (50, 5, 0.5 Дарси). Сплошные и штриховые линии соответствуют открытым и закрытым порам на границе пористой среды и жидкости

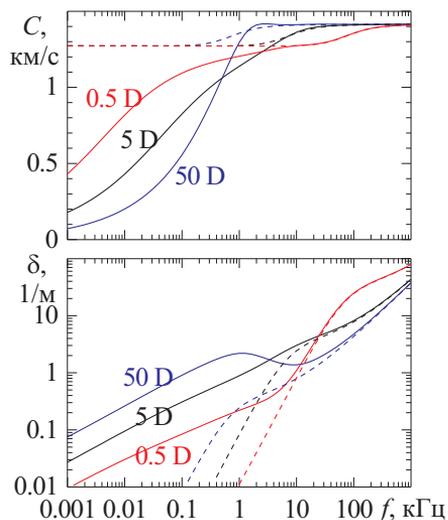


Рис. 2. Фазовая скорость и пространственный декремент затухания основной акустической моды в заполненной жидкостью цилиндрической полости в пористой среде (сплошные линии), с открытыми порами на границе, для различных значений проницаемости (50, 5, 0.5 Дарси). Штриховыми линиями показаны скорость и затухание поверхностной псевдомоды Стоунли, распространяющейся вдоль плоской границы насыщенной пористой среды и жидкости с открытыми порами на границе

оказывает проницаемость пористой среды. Фазовая скорость и пространственный декремент затухания основной моды как функции частоты, рассчитанные для случаев открытых и закрытых пор на границе, для трех значений проницаемости пористой среды, показаны на Рис. 1. На Рис. 2 для сравнения также показаны скорость и затухание поверхностной псевдомоды Стоунли, распространяющейся вдоль плоской границы между пористой средой и жидкостью, для случая открытых пор на границе.

В случае закрытых пор на границе (Рис. 1, штриховые линии) во всем частотном диапазоне акустическая волна в цилиндрической полости по значениям скорости и затухания близка к поверхностной псевдомоды Стоунли, распространяющейся вдоль плоской границы между флюидом и пористой средой. При открытых порах на границе (Рис. 2) в высокочастотном диапазоне основная мода также близка по свойствам к поверхностной псевдомоды Стоунли. При низких частотах она, подобно медленной продольной волне в пористой среде, становится диффузионной, т.е. при понижении частоты ее скорость уменьшается до предельно малых значений. При увеличении проницаемости окружающей пористой среды в низкочастотном диапазоне скорость распространения акустических волн в полости уменьшается, а затухание увеличивается, что обусловлено перетоками флюида из полости в пористую среду.

## 4 Заключение

Исследовано влияние параметров пористой среды и условий на границе на особенности распространения основной акустической моды в цилиндрической полости в пористой среде. Установлено, что наиболее существенное влияние на скорость и затухание основной акустической моды в цилиндрическом волноводе в пористой среде оказывает проницаемость пористой среды.

В случае закрытых пор на границе во всем частотном диапазоне акустическая волна в цилиндрической полости по скорости и затуханию близка к поверхностной псевдомоды Стоунли, распространяющейся вдоль плоской границы между флюидом и пористой средой.

При открытых порах на границе в высокочастотном диапазоне основная мода также близка по свойствам к поверхностной псевдомоды Стоунли, распространяющейся вдоль плоской границы пористой среды и флюида. При низких частотах она, подобно медленной продольной волне в пористой среде, становится диффузионной, то есть при понижении частоты ее скорость уменьшается до предельно малых значений. При увеличении проницаемости окружающей пористой среды в низкочастотном диапазоне скорость распространения акустических волн в полости уменьшается, а за-

тухание увеличивается, что обусловлено перетоками флюида из полости в пористую среду.

## Список литературы

- [1] Biot A. M. Propagation of elastic waves in a cylindrical bore containing a fluid // *Journal of Applied Physics*. 1952. V. 23, № 9. Pp. 997–1005
- [2] Уайт Дж. Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986. 261 с.
- [3] Paillet F. L., White J. E. Acoustic modes of propagation in the borehole and their relationship to rock properties // *Geophysics*. 1982. V. 47, № 8. Pp. 1215–1228.
- [4] Liu H.-L. Borehole modes in a cylindrical fluid-saturated permeable medium // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 84(1). Pp. 424–431.
- [5] Winkler K. W., Liu H.-L., Johnson D. L. Permeability and borehole Stoneley waves: Comparison between experiment and theory // *Geophysics*. 1989. V. 54, № 1. Pp. 66–75.
- [6] Norris A.N. Stoneley-wave attenuation and dispersion in permeable formations // *Geophysics*. 1989. V. 54, № 3. Pp. 330–341.
- [7] Tang X. M., Cheng C. H., Toksöz M. N. Dynamic permeability and borehole Stoneley waves: A simplified Biot-Rosenbaum model // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 90(3). Pp. 1632–1646.
- [8] Norris A. N. The speed of a tube wave // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87(1). P. 414–417.
- [9] Hsu C. J., Kostek S., Johnson D. L. Tube waves and mandrel modes: Experiment and theory // *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. V.102(6). Pp. 3277–3289.
- [10] Chao G., Smeulders D. M. J., van Dongen M. E. H. Shock-induced borehole waves in porous formations: Theory and experiments // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116(2). Pp. 693–702.
- [11] Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid // *J. Acoust. Soc. Am.* 1956. V. 28. Pp. 168–191.
- [12] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.