



# СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ <sup>1</sup>

*Е. В. Денисова*

Институт механики УНЦ РАН, Уфа

**Аннотация.** Предложен подход к моделированию гидромеханических исполнительных систем авиационных двигателей, позволяющий рассчитывать динамику топливных агрегатов с учетом конструктивных особенностей функциональных схем и физических свойств рабочих жидкостей. Полученные в результате расчетов математические формулы предназначены для синтеза алгоритмов управления авиационными двигателями.

**Ключевые слова:** система автоматического управления, гидромеханические исполнительные системы, воздушно-реактивный двигатель

---

## 1 Введение

Развитие современного авиадвигателестроения является дальнейшее совершенствование и повышение эффективности воздушно-реактивных двигателей (ВРД) для силовых установок летательных аппаратов (СУ ЛА) как гражданского, так и специального применения.

Для современных и перспективных ВРД характерно наличие большого количества управляемых координат и управляющих воздействий, нестационарности статических и динамических характеристик, сложности программ управления, которые должны быть реализованы с высокой степенью точности как на установившихся, так и на переходных режимах. Поэтому к системам автоматического управления (САУ) ВРД предъявляются жесткие требования по точности, быстродействию, качеству процесса управления, надежности. Эти противоречивые требования могут быть выполнены, если для построения САУ ВРД использовать принципы современной теории управления [1].

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 04-01-97500)

Среди перспективных систем управления ВРД хорошо зарекомендовали себя электронно-гидравлические САУ с бортовыми цифровыми вычислительными машинами (БЦВМ) в контурах управления.

В настоящее время в связи с бурным развитием микропроцессорной техники основное внимание уделялось проектированию электронной части САУ. Более того, существовало мнение, что применение электроники позволит существенно упростить гидромеханическую часть системы и понизить требования к ней. Указанная тенденция привела к ряду существенных ошибок, а именно: параметры гидромеханической части САУ принимались постоянными, количественная величина параметров определялась весьма приближенно в одной точке, малые параметры, нелинейные характеристики гидромеханических элементов вообще не учитывались.

Ошибки проектирования САУ ВРД существенно затягивали сроки доводки системы, а в некоторых случаях приводили к значительным переделкам как гидромеханической, так и электронной части САУ [2].

В связи с вышеуказанными причинами возникла необходимость в разработке методов проектирования и исследования гидромеханических исполнительных систем для силовых установок летательных аппаратов специального применения.

Существующие на данный момент методы расчета ГМС САУ ВРД довольно неудобны для анализа систем управления и требуют значительных вычислительных затрат. В частности, метод линеаризации нелинейных уравнений системы хотя и позволяет найти статические значения параметров ГМС, но требует применения разложения в ряд Тейлора, что приводит к значительным вычислительным затратам, и трудно поддается формализации, что чрезвычайно важно при реализации расчетов на ЭВМ.

Поэтому значительный интерес представляет сетевой метод расчета ГМС, позволяющий производить расчеты посредством матричных операций, которые относительно легко формализуются и довольно просты в машинной реализации.

В данной статье рассматривается методика расчета гидромеханической части САУ ВРД с точки зрения максимальной формализации метода для последующей реализации на ЭВМ. Реализация данного метода позволит значительно сократить время расчета, увеличить производительность труда инженера–конструктора.

## 2 Краткие сведения по теории сетевых моделей

Изучение сетевых моделей началось в сороковых годах в связи с транспортными задачами, то есть задачами о прикреплении поставщиков к потребителям, минимизирующим суммарные расходы по перевозке. Однако вскоре выяснилось, что методы, развитые при анализе такого рода задач,

применимы и к другим сетевым проблемам, например, к задачам об информационных потоках в сетях связи или к задачам о дорожных транспортных потоках. Более того, обнаружилось, что целый ряд прикладных комбинаторных задач, не связанных с реально существующими сетями, допускает, тем не менее, изящное математическое решение на языке сетевых моделей.

Сеть  $G = (N, A)$  состоит из:

1. Множества узлов  $N = n_1, n_2, \dots, n_p$ .
2. Множества  $A$  упорядоченных пар  $(n_i, n_j)$  элементов  $N$ ; элементы  $A$  называются дугами.

Сеть представляет собой некоторую разновидность ориентированного графа, в котором дуги помечаются соответствующими «весами». «Вес» дуги характеризует пропускную способность дуги. Будем говорить, что на сети  $G = (N, A)$  дуга  $(n_i, n_j)$  направлена от  $n_i$  к  $n_j$ , а точки  $n_i$  и  $n_j$  называть, соответственно, начальным и конечным узлом дуги  $(n_i, n_j)$ . Последовательность дуг, в которой конечный узел каждой дуги является в то же время начальным узлом следующей дуги, называется путем.

На практике часто возникает задача максимизации потока некоего продукта между двумя заданными узлами сети при условии, что поток вдоль каждой дуги ограничен. Очевидный пример — поток городского транспорта. Пусть каждой дуге  $(n_i, n_j)$  сети  $G = (N, A)$  поставлено в соответствие некоторое неотрицательное вещественное число  $c_{ij}$ , называемое пропускной способностью дуги. Выделим на сети два узла  $n_s$  и  $n_t$ , которые назовем источником и стоком соответственно. Тогда потоком величины  $F$  из  $n_s$  в  $n_t$  называется функция  $x$ , отображающая  $A$  на множество неотрицательных вещественных чисел и удовлетворяющая условиям:

$$\sum_{(n_i, n_j) \in A_i^+} x_{ij} - \sum_{(n_i, n_j) \in A_i^-} x_{ij} = \begin{cases} F & n_i = n_s; \\ 0 & n_i \neq n_s; \\ -F & n_i = n_t, \end{cases} \quad (1)$$

$$x_{ij} \leq c_{ij} \quad \text{для всех} \quad (n_i, n_j) \in A, \quad (2)$$

где  $A_i^+$  — множество дуг с начальным узлом  $n_i$ , а  $A_i^-$  — множество дуг с конечным узлом  $n_i$ . Величина  $x_{ij}$  называется потоком по дуге  $(n_i, n_j)$ . Уравнение (1) показывает, что суммарный поток из источника  $n_s$  равен  $F$ , суммарный поток из каждого промежуточного узла равен 0, а суммарный поток в сток  $n_t$  также равен  $F$ . Уравнение (2) утверждает, что поток по каждой дуге не превышает ее пропускной способности.

### 3 Математическая модель гидромеханических систем

Для данного класса задач будем рассматривать потоки жидкости в трубопроводах гидромеханических систем. Потоки измеряются в единицах расхода жидкости (топлива), тем самым, учитывая неявную зависимость данной величины как от времени, так и от физических свойств рабочих жидкостей (плотности и т.п.). Таким образом, по каждой дуге сети в направлении, указанном стрелкой, протекает некоторый поток. В свою очередь, потоки подразделяются на внешние и внутренние. Потоки, которые по условиям задачи входят в сеть или покидают ее в данном узле, являются внешними. Остальные потоки считаются внутренними. Внешние потоки, таким образом, отражают связь изучаемой системы с внешней средой. В связи с этим вводятся следующие понятия: узел, имеющий входящую внешнюю дугу и только исходящие внутренние дуги, называется истоком; узел, содержащий только входящие внутренние дуги и выходящую внешнюю дугу, называется стоком.

Описание сети основывается на законе сохранения потока в узлах сети. Следовательно, потоки в узлах являются управляемыми переменными, и их значения зависят от пропускной способности дуги [3].

Для рассматриваемого класса задач сетевая модель ГМС — это пара  $S(G, d)$ , где  $G$  — произвольно ориентированный граф;  $d$  — константа дуги, зависящая от геометрических и физических характеристик, как трубопроводов, так и применяемой жидкости. Построение орграфа  $G$  ГМС основывается на зависимости расхода жидкости  $Q$  и перепада давлений в трубопроводе

$$a\mu f\sqrt{\Delta P} = Q. \quad (3)$$

Введем обозначение  $d = (a\mu f)^{-2}$  и уравнение (3) запишем в виде

$$\Delta P = d \cdot Q^2. \quad (4)$$

Для каждого участка трубопровода, а также для каждого элемента гидравлической сети уравнение (4) записываем в виде

$$P_i - P_j = d_k \cdot Q_k^2, \quad (5)$$

где  $k$  — номер участка трубопровода (или номер элемента);  $Q_k$  — расход жидкости в  $k$ -м трубопроводе;  $P_i, P_j$  — давление в узлах  $i$  и  $j$ , принадлежащих  $k$ -му участку трубопровода.

На основе уравнения (5) узлы (вершины) графа ГМС интерпретируем как место соединения нескольких потоков жидкости в отдельных трубопроводах. Для узла указываем величину давления, для дуг — скорости

потоков (расходы жидкости) в трубопроводах и постоянные трубопроводов (постоянные трубопроводов — это их сечения, жесткости кручения, то есть конструктивные параметры, учет которых крайне необходим).

Математическая модель ГМС описывается тремя подсистемами уравнений.

Первая подсистема уравнений — это система дифференциальных уравнений, отражающая закон изменения координаты положения подвижных элементов ГМС во времени:

$$m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = -c_i z_i + V_i, \quad (6)$$

где  $i = 1, 2, \dots, k$ ;  $c_i$  — эквивалентная жесткость пружины  $i$ -го подвижного элемента (ПЭ);  $m_i$  — масса  $i$ -го подвижного элемента;  $V_i = -R_i + N_i \text{sign} \dot{z}_i + F_i(P_{1i} - P_{2i})$  — возмущающая сила, воздействующая на  $i$ -й подвижной элемент;  $R_i$  — величина начального усилия на  $i$ -м подвижном элементе (ПЭ);  $N_i$  — сила трения покоя  $i$ -го ПЭ;  $F_i$  — площадь поперечного сечения поршня  $i$ -го ПЭ;  $P_{1i}$  и  $P_{2i}$  — давления в полостях, ограничивающих перемещение  $i$ -го ПЭ.

Вторая и третья подсистемы уравнений, описывающие работу ГМС, составляются по графу сети.

Вторая подсистема уравнений описывает взаимосвязь потоков в узлах и контурах сети. Ее решение позволяет определить величины внутренних потоков (расходов топлива) в системе.

На основании уравнения сохранения массы записываем:

$$\sum_{K \in M_1} Q_k - \sum_{K \in M_2} Q_k = Q_s, \quad (7)$$

где  $M_1$  — множество дуг, входящих в узел;  $M_2$  — множество дуг, выходящих из узла.

При записи подсистемы (7) внешний поток  $Q_s$  записывается в правой части с «плюсом», если он является входящим, и с «минусом», если он является выходящим.

Третья подсистема уравнений составляется по зависимости (4) для каждой из внутренних дуг. Решение данной подсистемы уравнений позволяет определить давления в узлах сети.

Для того чтобы перейти к вопросу автоматического формирования второй и третьей подсистем уравнений ГМС, рассмотрим некоторые понятия теории графов, позволяющих описать топологию сети.

Топология сети может быть описана с помощью матрицы соединений или инциденций  $A_I$ . Матрица соединений — прямоугольная, число ее строк равно числу узлов, а число столбцов равно числу ветвей сети. Элемент матрицы определяется следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{если ветвь } j \text{ направлена от узла } i; \\ -1, & \text{если ветвь } j \text{ направлена к узлу } i; \\ 0, & \text{если ветвь } j \text{ не соединена с узлом } i. \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, в матричной форме уравнение (7) запишется в виде

$$A_I \cdot Q = Q_s, \quad (9)$$

где  $A_I$  — матрица инцидентий;  $Q$  — вектор-столбец внутренних потоков графа;  $Q_s$  — вектор-столбец внешних потоков.

Итак, зная топологию сети (матрицу соединений), можно составить линейные уравнения для потоков, подводимых к узлам. Данная система уравнений имеет интерпретацию, подобную первому закону Кирхгофа для узлов в теории электрических цепей. Аналогичную систему уравнений можно записать на основе контурного обхода графа сети, последовательно обходя вершины и дуги графа. Контур (цикл) — это путь, начинающийся и заканчивающийся в одном узле. Контурные уравнения сети имеют интерпретацию, подобную закону Кирхгофа для напряжений.

Число независимых контуров определяется числом узлов и ветвей графа и связано с понятиями дерева и хорд графа. В свою очередь, понятие дерева связано и с понятиями связного и ациклического подграфа. Подграф является связным, если между парой его вершин существует путь. Подграф является ациклическим, если он не имеет циклов. Дерево — это связанный ациклический подграф с числом ветвей на единицу меньшим полного числа узлов сети ГМС. Ветви сети, не входящие в дерево, называются хордами. Для выделения в графе его дерева можно воспользоваться операцией «диагонизации» матрицы инцидентий графа. Путем элементарных преобразований матрица приводится к такому виду, что на главной диагонали находятся только единичные элементы, а за пределами квадратной подматрицы — остальные элементы матрицы.

$$\begin{array}{l} \rightarrow \text{сечения } F_i \\ \left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,23 & 1 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1,23 & -4,8 & 2,39 & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1,23 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1,23 & 5,67 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1,23 & 1 & 9 & \end{array} \right] \downarrow \text{номера узлов графа} \end{array}$$

Контурные уравнения для сети записываются в следующем виде:

$$B \cdot \Delta P = 0, \quad (10)$$

где  $B$  — контурная матрица.

Число строк матрицы равно числу хорд графа, число столбцов равно числу ветвей дерева и хорд графа. Элемент  $b_{ij}$  соответствует контуру  $i$  и ветви  $j$  и определяется следующим образом:

$$b_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{если направление обхода контура } i \\ & \text{совпадает с направлением ветви } j; \\ -1, & \text{если направление обхода контура } i \\ & \text{противоположно направлению ветви } j; \\ 0, & \text{если } i\text{-й контур не содержит ветви } j. \end{cases} \quad (11)$$

Матричное уравнение (10) устанавливает, что алгебраическая сумма давлений в каждом цикле (контуре) любой сложной ГМС всегда равна нулю.

Согласно зависимости (11) матричное уравнение (10) может быть приведено к виду

$$B \cdot d \cdot Q^2 = 0, \quad (12)$$

где  $d$  — диагональная матрица постоянных ветвей графа. Элементы квадратной матрицы  $d$  определяются по следующей формуле:

$$d_{ii} = \frac{1}{(a\mu f_i)^2}, \quad (13)$$

где  $\mu$  — коэффициент истечения;  $a = \sqrt{\frac{2g}{\gamma}}$ ;  $g = 9,81$  м/сек<sup>2</sup>;  $\gamma$  — удельный вес топлива;  $f_i$  — площадь сечения трубопровода (или жиклера). Элементы, не лежащие на главной диагонали равны нулю.

На схеме ГМС места соединения потоков жидкости нумеруются и переносятся на орграф сети в виде узла с соответствующим номером. Для всех узлов указываются давления  $P_i$ . Трубопроводы, соединяющие узлы, обозначаются дугами. Направления внутренних потоков на орграфе сети выбираются произвольно.

С введением понятий дерева и хорд графа сети матрица соединений может быть приведена к двум матрицам  $A_d$  и  $A_x$ :

$$A_I = [A_d; A_x], \quad (14)$$

где  $A_d$  — подматрица, соответствующая ветвям дерева;  $A_x$  — подматрица, соответствующая хордам.

Следовательно, уравнение (9) можно привести к виду

$$\begin{bmatrix} A_d \cdot A_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_d \\ \dots \\ Q_x \end{bmatrix} = Q_s \quad (15)$$

или

$$A_d Q_d + A_x Q_x = Q_s, \quad (16)$$

где  $Q_d$  и  $Q_x$  — векторы-столбцы неизвестных внутренних потоков сети для ветвей дерева и хорд графа соответственно. Отсюда выразим вектор  $Q_d$ :

$$Q_d = A_d^{-1} Q_s - A_d^{-1} A_x Q_x. \quad (17)$$

Тогда уравнение (12) приводится к виду

$$B \cdot d \cdot \begin{pmatrix} Q_d \\ \dots \\ Q_x \end{pmatrix}^2 = 0. \quad (18)$$

Пусть  $n$  — число узлов графа ГМС. Если составляются уравнения (15) для всех  $n$ -узлов графа, то такой набор уравнений является линейно зависимым. Это объясняется тем, что минимальное число дуг, которыми связываются все  $n$ -узлов графа, определяется числом  $n - 1$ .

Именно такое число потоков может быть определено из решения данной подсистемы уравнений. Это положение делает необходимым исключение одного из уравнений данной подсистемы, в результате чего она становится линейно независимой (то есть ее определитель не равен нулю). Общее число дуг графа —  $m$ . Следовательно, общее число неопределенных внутренних потоков остается равным  $m - n - 1$ . Эти потоки выражаются из уравнения (15). Таким образом, для нахождения внутренних потоков системы требуется решение следующей системы матричных уравнений:

$$\begin{cases} A_I \cdot Q = Q_s, \\ B \cdot d \cdot Q^2 = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Итак, внутренние потоки  $Q$  ГМС находятся из численного решения нелинейной системы уравнений (19). Третья подсистема уравнений позволяет найти давления в узлах сети. К моменту решения данной подсистемы уравнений определены неизвестные потоки  $Q_k$ . Данная подсистема уравнений запишется в виде

$$\Delta P_k = d_k \cdot Q_k^2, \quad (20)$$

где  $\Delta P_k = P_{k(н)} - P_{k(к)}$  — значения давлений в узлах начала и конца  $k$ -й ветви, соответственно.

Для машинного формирования данной подсистемы уравнений обращаемся вновь к матрице соединений  $A_I$  графа сети. Поскольку каждая ветвь графа соединяется с двумя узлами, то каждый столбец матрицы имеет два ненулевых элемента: 1 и  $-1$ , а остальные элементы равны нулю. Поэтому левая часть уравнения (20) может быть записана следующим образом:

$$\Delta P = A^T \cdot P, \quad (21)$$

где  $A^T$  — транспонированная матрица инциденций;  $P$  — вектор-столбец давлений в узлах сети.

Отсюда уравнение (21) можно записать в виде:

$$A^T \cdot P = d \cdot Q^2. \quad (22)$$

Первый столбец матрицы  $A^T$  соответствует узлу-истоку (если в ГМС несколько узлов-истоков, то первые столбцы матрицы  $A^T$  будут соответствовать им). Считаем, что давление в данном узле (или узлах) — величина известная. Запишем матричное уравнение (22) в развернутой форме:

$$\begin{cases} a_{11}P_1 + a_{12}P_2 + \dots + a_{1n}P_n = d_{11}Q_1^2 \\ a_{21}P_1 + a_{22}P_2 + \dots + a_{2n}P_n = d_{22}Q_2^2 \\ \dots \\ a_{n1}P_1 + a_{n2}P_2 + \dots + a_{nn}P_n = d_{nn}Q_n^2, \end{cases} \quad (23)$$

где  $a_{ij}$  — элементы матрицы  $A^T$ .

Уравнение (23) в общем случае не решается аналитически, если не определены давления в узлах-истоках (так как транспонированная матрица в общем случае инциденций не квадратная, отсюда следует, что система уравнений (23) недоопределена). Если матрица инциденций квадратная, тогда для определения давлений в ГМС следует исключить одно из уравнений системы.

Пусть для определенности истоку соответствует узел с давлением  $P_1$ . Если давление в этом узле известно, тогда первые члены системы (23)  $a_{1i}P_i$  могут быть найдены. Если перенести известные первые члены (23) в правую часть, то получим следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{12}P_2 + a_{13}P_3 + \dots + a_{1n}P_n = d_{11}Q_1^2 - a_{11}P_1 \\ a_{22}P_2 + a_{23}P_3 + \dots + a_{2n}P_n = d_{22}Q_2^2 - a_{21}P_1 \\ \dots \\ a_{n2}P_2 + a_{n3}P_3 + \dots + a_{nn}P_n = d_{nn}Q_n^2 - a_{n1}P_1. \end{cases} \quad (24)$$

Введем следующие обозначения:

$$R = \begin{bmatrix} d_{11}Q_1^2 - a_{11}P_1 \\ d_{22}Q_2^2 - a_{21}P_1 \\ \dots \\ d_{nn}Q_n^2 - a_{n1}P_1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$A_k = \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$P' = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ P_n \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Запишем (24) используя обозначения (25)–(27) в матричной форме:

$$A_k \cdot P' = R. \quad (28)$$

Уравнение (28) является системой линейных уравнений. Система (28) — определена, следовательно существует единственное решение системы:

$$P' = (A_k)^{-1} \cdot R, \quad \text{если } \det A_k \neq 0 \quad (29)$$

В результате решения уравнения (29), определяются элементы вектора  $P'$ , который содержит давление во всех узлах ГМС, исключая узлы-истоки.

Итак, использование сетевых моделей разбивает математическую модель ГМС на три подсистемы уравнений. Первая и вторая совместно решаются численными методами, что позволяет определить неизвестные потоки в узлах графа ГМС.

Решение третьей подсистемы уравнений позволяет определить давления во всех узлах графа ГМС, в том числе в узлах-стоках, что представляет наибольший практический интерес, поскольку в САУ ВРД узлам-стокам соответствуют форсунки дозатора топлива.

Такой подход значительно упрощает процедуру анализа ГМС и позволяет на его основе полностью автоматизировать процесс составления и решения данных систем уравнений.

Рассмотрим в качестве примера реальную схему дозирующего устройства, относящуюся к классу сверхзвуковых прямоточных ВРД.

Система управления данным ВРД относится к классу двумерных САУ. Управляющие координаты — расход топлива и площадь реактивно-

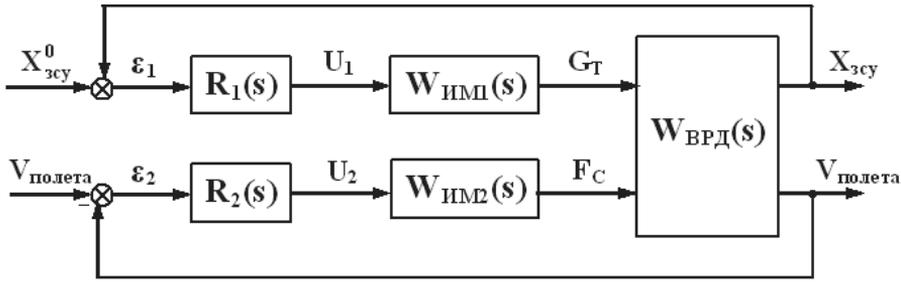


Рис. 1.

го сопла. Схема представлена на Рис. 1, где  $R_1(s)$ ,  $R_2(s)$  — передаточные функции (ПФ) регуляторов в подсистемах;  $W_{ИМ1}(s)$ ,  $W_{ИМ2}(s)$  — ПФ исполнительных механизмов;  $W_{ВРД}(s)$  — ПФ объекта управления (ВРД);  $X_{зсу}$  — положение замыкающего скачка уплотнения;  $V_{полета}$  — скорость полета.

На Рис. 2 приведена конструктивная схема гидромеханического исполнительного механизма для дозирования топлива в камеру сгорания ВРД.

Величина расхода топлива зависит от величины переменного сечения иглы  $f_{иглы}$ , величина которого, в свою очередь, определяется положением сервопоршня (на схеме не показано). При этом на переменном сечении иглы поддерживается заданный перепад давлений  $P_1 - P_2 = \text{const}$  с помощью двух клапанов постоянного перепада. Питание системы осуществляется от топливно-нагнетающего агрегата  $P_H = \text{const}$ .

Рассмотрим оргграф (сеть) статического режима работы данной схемы (Рис. 3). Поток топлива от насоса  $Q_H$ , через сечения  $f_{жа}$ ,  $f_{жб}$ ,  $f_3$ ,  $f_4$  клапанов постоянного давления устремляется на слив, регулируя постоянство потока через сечение  $f_1$ . Поток в камеру сгорания (КС) регулируется также положением иглы ( $f_{иглы}$ ), которое определяется положением сервопоршня. Вершины графа переставляют собой давления в узлах ГМС, дуги — потоки, перетекающие между узлами.

Составим матрицу соединений (инциденций) и контурную матрицу данного графа.

Матрица инциденций:

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

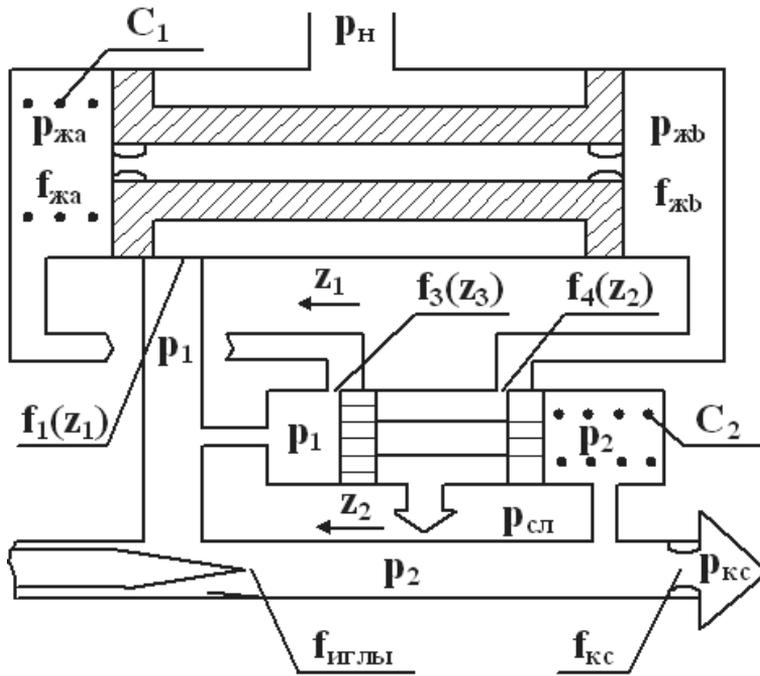


Рис. 2.

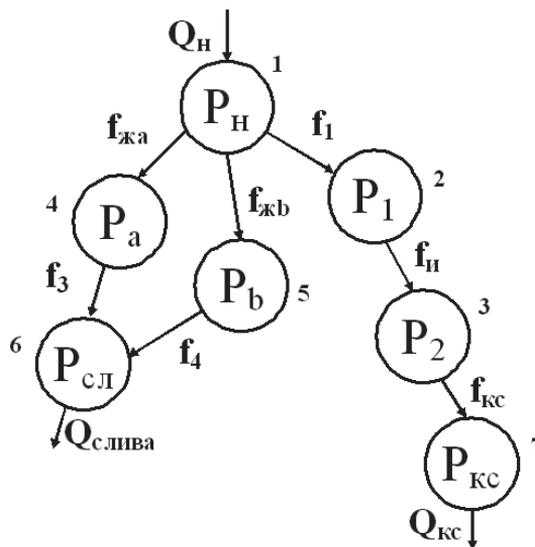


Рис. 3.

Контурная матрица:

$$B = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1].$$

Для решения системы (19), нам требуется получить значения вектора внешних потоков системы  $Q_s$ . Вектор  $Q_s$  представляет собой внешние по отношению к системе потоки, втекающие в каждый ее узел. Его размерность равна количеству узлов графа ГМС. Если в узел не втекает внешний поток, то его величина принимается за ноль. Для данной схемы:

$$Q_s = \begin{bmatrix} 30000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -26000 \\ -4000 \end{bmatrix}$$

(значения даны в литрах в час). Первому элементу вектора соответствует первый узел графа ГМС, второму — второй и т.д.

Для данной схемы площади сечений трубопроводов (жиклеров) даны в Табл. 1.

Таблица 1. Площади сечений трубопроводов ГМС

$f_{жа}$	$f_{жб}$	$f_1$	$f_{иглы}$	$f_{кс}$	$f_3$	$f_4$
2,11	2,11	25,86	78,155	10,0	1,04	0,06

Значения диагональной матрицы  $d$  определяются по формуле (13) с исходными данными Табл. 1.

Численное решение системы (19) проводилось с использованием программы расчета ГМС в среде MATLAB 6.5 [4]. Решение показало неустойчивость функционирования данной системы. Под неустойчивостью функционирования здесь следует понимать наличие колебательных режимов, что недопустимо по условиям эксплуатации ВРД. Это подтверждено натурными испытаниями данной САУ. График экспериментальных данных с нанесенными расчетными точками приведен на Рис. 4.

## 4 Выводы

Предложен метод, основанный на представлении конструктивной схемы гидромеханических исполнительных систем в виде ориентированного гра-

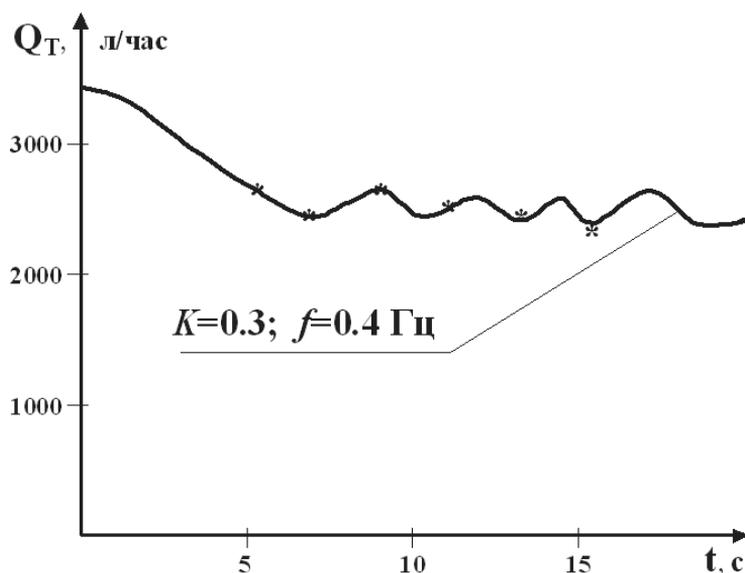


Рис. 4.

фа, который позволяет в автоматизированном режиме производить расчеты сложных ГМС. При этом учитываются как их конструктивные особенности, так и физические свойства рабочих жидкостей. Полученные математические зависимости в дальнейшем используются при анализе и синтезе алгоритмов управления ВРД.

## Список литературы

- [1] Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. Пер. с англ. Б. И. Копылова. М.: Юнимедиастайл, 2002. 831 с.
- [2] Актуальные вопросы проектирования космических систем и комплексов // Сб. науч. трудов. Вып. 5. Под ред. Пичхадзе К. М. М.: НПО им. С. А. Лавочкина. 2004. С. 497.
- [3] Добрынин А. .Н. Проектирование гидромеханических систем автоматического регулирования авиадвигателей // Статика. Ч. 1. М.: ЦИАМ. 1980. С. 472.
- [4] Дьяконов В., Круглов В. Matlab. Анализ, идентификация и моделирование систем. СПб. 2002. 448 с.