УДК 532.5.032

Фильтрация аномально термовязкой жидкости в слоисто-неоднородном пласте

С. Ф. Хизбуллина

Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. Разработана математическая модель и проведено численное исследование особенностей фильтрационного течения жидкости с модельной немонотонной зависимостью вязкости от температуры. Установлено образование «вязкого барьера», определяющего характер фильтрации аномально термовязкой жидкости в пористой среде. Построены характерные картины установившегося распределения вязкости и температуры в слоисто-неоднородном пласте. Установлено, что величина дебита пласта существенным образом зависит от максимума коэффициента вязкости и перепада давления.

Ключевые слова: фильтрация, неоднородный пласт, аномально термовязкая жидкость, метод контрольного объема

1 Введение

Нефть, газовые конденсаты и их фракции представляют собой сложную смесь органических соединений. В их составе обнаружены сотни углеводородов различного строения, многочисленные гетероорганические соединения. Причем вязкость таких соединений в большинстве случаев зависит от температуры немонотонным образом.

Кроме того, в природных условиях продуктивные коллекторы углеводородного сырья редко бывают однородными, то есть такими, что их фильтрационно-емкостные свойства одинаковы для всего пласта. Такие пласты-коллекторы, называемые еще макронеоднородными, делятся на слоисто-неоднородные, зонально-неоднородные и пласты с непрерывной или случайной неоднородностью. В связи с этим возникает задача о фильтрации несжимаемой аномально термовязкой жидкости в макронеоднородном пласте.

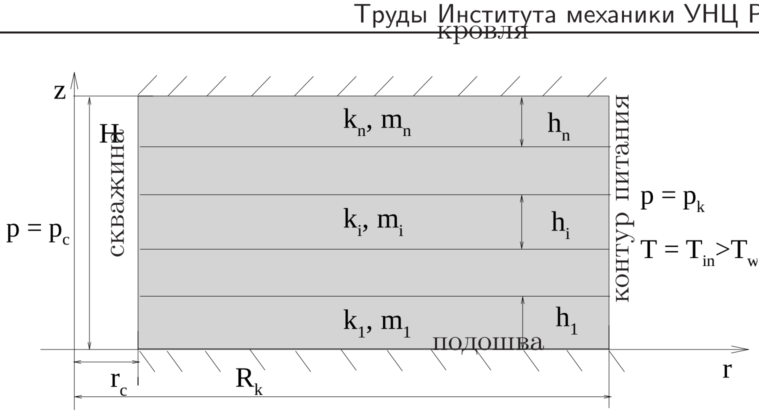

Рис. 1. Схема слоисто-неоднородного пласта

Ранее были проведены исследования особенностей течения жидкостей с немонотонным изменением вязкости в плоском [1] и цилиндрическом [2] каналах. В данной работе рассмотрим двумерную фильтрацию по линейному закону Дарси аномально термовязкой жидкости в слоисто-неоднородном пласте.

2 Математическая модель

Пусть горизонтальный пласт мощностью H состоит из n пропластков мощностью h_i с различными проницаемостями k_i и пористостями m_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) (Рис. 1). Пласт насыщен аномально термовязкой жидкостью с температурой T_w и в нем происходит радиальный приток к центральной скважине. Контур питания удален от скважины на расстояние R_k и на нем поддерживается постоянное давление p_k. На скважине радиуса r_c поддерживается постоянное давление p_c (при этом $p_k > p_c$). Будем считать, что кровля и подошва пласта непроницаемы. $L = R_k - r_c$ — длина пласта.

Математическая модель неустановившейся однофазной фильтрации упругой слабосжимаемой жидкости в упругой пористой среде состоит из уравнения неразрывности, записанного в виде уравнения пьезопроводности, уравнений движения в виде линейного закона Дарси и уравнения притока тепла:

$$\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{k(z)}{\mu(T)}\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k(z)}{\mu(T)}\frac{\partial p}{\partial z}\right), \tag{1}$$

$$u = -\frac{k(z)}{m(z)\mu(T)}\frac{\partial p}{\partial r}, \qquad w = -\frac{k(z)}{m(z)\mu(T)}\frac{\partial p}{\partial z}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial\left(C_{\text{нпс}}T\right)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho c u T - r\lambda_{\text{нпс}}\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho c w T - \lambda_{\text{нпс}}\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0, \tag{3}$$

где p — давление; u и w — радиальная и осевая компоненты действительной скорости жидкости; T — температура; $C_{\text{нпс}} = m(z)\rho c + [1 - m(z)]\,\rho_s c_s$ —

объемная теплоемкость насыщенной пористой среды; $\lambda_{\text{нпс}} = m(z)\lambda + [1 - m(z)]\,\lambda_s$ — коэффициент теплопроводности насыщенной пористой среды; ρ, $\mu(T)$, λ, c, β^* — плотность, коэффициент динамической вязкости, коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и коэффициент упругоемкости пласта; ρ_s, λ_s, c_s — плотность, коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость материала пористой среды.

Предположим, что динамическая вязкость жидкости зависит от температуры по следующему закону:

$$\mu(T) = \mu_{min}\left(1 + A\exp\left[-B\,(T - T_*)^2\right]\right),$$

где $A = \mu_{max}/\mu_{min} - 1$ и $B > 0$ — параметры, характеризующие аномальную зависимость вязкости от температуры; $T_* = (T_w + T_{in})/2$; T_w — первоначальная температура жидкости в пласте, а T_{in} — температура закачиваемой жидкости в пласт.

Введем безразмерные параметры следующим образом:

$$\widetilde{r} = \frac{r}{L},\quad \widetilde{z} = \frac{z}{H},\quad \widetilde{t} = \frac{tu_0}{L},\quad \widetilde{u} = \frac{u}{u_0},\quad \widetilde{w} = \frac{w}{\varepsilon u_0},\quad \widetilde{p} = \frac{p}{p_k},\quad \varepsilon = \frac{H}{L},$$

$$\widetilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0},\quad \widetilde{c} = \frac{c}{c_0},\quad \widetilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0},\quad \widetilde{k} = \frac{k}{k_0},\quad \widetilde{T} = \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w},\quad \widetilde{\mu} = \frac{\mu - \mu_{min}}{\mu_{max} - \mu_{min}},$$

$$A_p = \frac{\beta^* u_0 L \mu_{min}}{k_0},\quad Da = \frac{u_0 L \mu_{min}}{k_0 p_k},\quad Pe = \frac{\rho_0 c_0 u_0 L}{\lambda_0},$$

где

$$k_0 = \max\{k_i\,, i = 1, \ldots, n\}\,, \lambda_0 = \max\{\lambda, \lambda_s\}\,,$$
$$c_0 = \max\{c, c_s\}\,, \rho_0 = \max\{\rho, \rho_s\}\,.$$

Тогда исходная система уравнений (1)–(3) в безразмерном виде (для облегчения записи опустим значки «тильда» над безразмерными параметрами):

$$\begin{gathered}
\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\,k(z)}{A_p\,(1 + A\mu)}\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k(z)}{\varepsilon^2 A_p\,(1 + A\mu)}\frac{\partial p}{\partial z}\right),\\
u = -\frac{k(z)}{m(z)Da\,(1 + A\mu)}\frac{\partial p}{\partial r},\quad w = -\frac{k(z)}{m(z)\varepsilon^2 Da\,(1 + A\mu)}\frac{\partial p}{\partial z},\\
\frac{\partial\,(C_{\text{нпс}}T)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho c u T - \frac{r\lambda_{\text{нпс}}}{Pe}\frac{\partial T}{\partial r}\right) +\\
\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho c w T - \frac{\lambda_{\text{нпс}}}{\varepsilon^2 Pe}\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0.
\end{gathered} \tag{4}$$

Безразмерные начальные условия:

$$t = 0: \quad u = w = 0,\quad p = 1,\quad T = 0\,. \tag{5}$$

Безразмерные граничные условия:

$$
\begin{aligned}
&\text{на контуре питания}: \quad p = 1, \quad T = 1, \\
&\text{в скважине}: \quad p = p_k/p_c, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \\
&\text{на кровле и подошве пласта}: \quad u = w = 0, \quad T = 0.
\end{aligned} \tag{6}
$$

Входящая в систему уравнений (4) зависимость безразмерной вязкости от безразмерной температуры записывается следующим образом:

$$
\widetilde{\mu} = \exp\left[-B\left(T_{in} - T_w\right)^2 \left(\widetilde{T} - 0.5\right)^2\right].
$$

Система уравнений (4) решалась численно с использованием метода контрольного объема, модифицированного для учета переменного коэффициента вязкости [3]. Для решения полученных систем алгебраических уравнений использовался метод переменных направлений. Численный метод решения системы (4) был протестирован на задаче об установившемся плоскорадиальном фильтрационном течении жидкости с постоянной вязкостью μ в слоисто-неоднородном пласте, для которой расчетные формулы для давления, скорости фильтрации и дебита содержатся в [4]. Проведенные численные эксперименты хорошо согласуются с расчетными аналитическими формулами.

3 Обсуждение результатов исследования

В соответствии с математической моделью исследуемого процесса, представленной системой уравнений (4), начальными условиями (5) и граничными условиями (6) была рассмотрена задача о втекании нагретой жидкости с некоторой модельной зависимостью вязкости от температуры в слоисто-неоднородный пласт.

При проведении расчетов были выбраны следующие параметры задачи:

$$
R_k = 100\text{м},\ r_c = 0.01\text{м},\ p_k = 15\text{МПа},\ p_c = 5\text{МПа},\ T_w = 20^\circ\text{C},\ T_{in} = 90^\circ\text{C},
$$

$$
H = 5\text{м},\ h_i = 1.25\text{м},\ (i = \overline{1,4}),\ \beta^* = 3 \cdot 10^{-10}\frac{\text{м}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}},\ \mu = 0.01\text{Па}\cdot\text{с},\ B = 0.01,
$$

$$
k_1 = 10^{-13}\text{м}^2, k_2 = 10^{-12}\text{м}^2, k_3 = 5\cdot 10^{-12}\text{м}^2, k_4 = 10^{-11}\text{м}^2, m_1 = 0.2,
$$

$$
m_2 = 0.1,\ m_3 = 0.15,\ m_4 = 0.25,\ \rho = 829.7\frac{\text{кг}}{\text{м}^3},\ c = 1923.0\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ C},
$$

$$
\lambda = 0.163\frac{\text{Вт}}{\text{кг}\cdot^\circ C},\ \rho_s = 2600.0\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, c_s = 838.0\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ C},\ \lambda_s = 1.27\frac{\text{Вт}}{\text{кг}\cdot^\circ C}.
$$

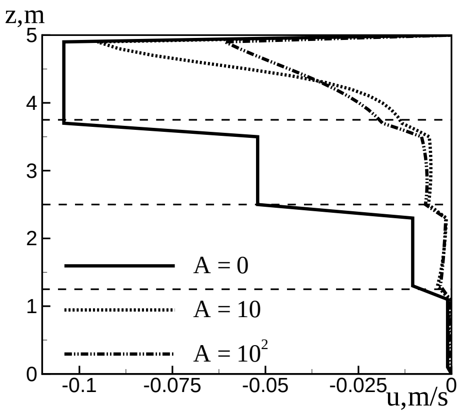

Рис. 2. Распределение скорости фильтрации в скважине по высоте

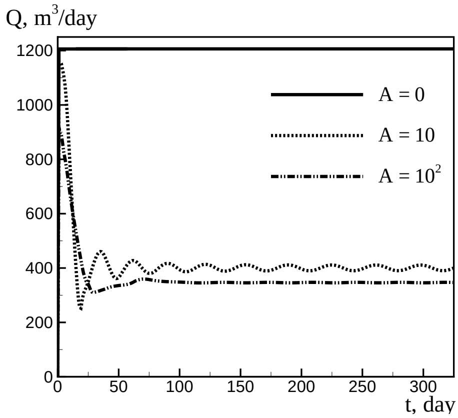

Рис. 3. Зависимость относительного расхода Q от времени при различных значениях A

На Рис. 2 представлены эпюры скорости фильтрации в скважине по высоте для различных параметров аномалии A. Параметр $A = 0$ означает, что вязкость жидкости постоянна. Видно, что из-за неоднородности пласта скорость разная. Причем, чем больше параметр A, тем меньше скорость фильтрации. А следовательно и уменьшается дебит пласта, что хорошо видно на Рис. 3.

На Рис. 4 и Рис. 5 показаны установившиеся распределения вязкости и температуры для параметров аномалии $A = 10$ и $A = 100$. Видно, что с увеличением параметра A жидкость в пласте охлаждается медленнее, что связано с уменьшением скорости фильтрации. Значения вязкости жидкости (Рис. 4), следуя за характером распределения температурного поля, образуют в направлении потока зону немонотонного изменения вязкости — «вязкий барьер». То есть процесс фильтрации определяется характером преодоления жидкостью «вязкого барьера».

На Рис. 2, Рис. 4 и Рис. 5 горизонтальными пунктирными линиями обозначены границы областей с разными проницаемостями и пористостями.

При увеличении перепада давления характер формирования «вязкого барьера» меняется, что влечет за собой изменение дебита пласта (Рис. 7). На Рис. 6 видно, что образовались две незамкнутые зоны аномальной вязкости. А дебит пласта, уменьшившись до определенного минимального уровня, начинает расти.

Таким образом, проведенные численные исследования свидетельствуют о том, что многообразие гидродинамических эффектов, обнаруженные при течении аномально термовязкой жидкости в плоском [1] и цилиндриче-

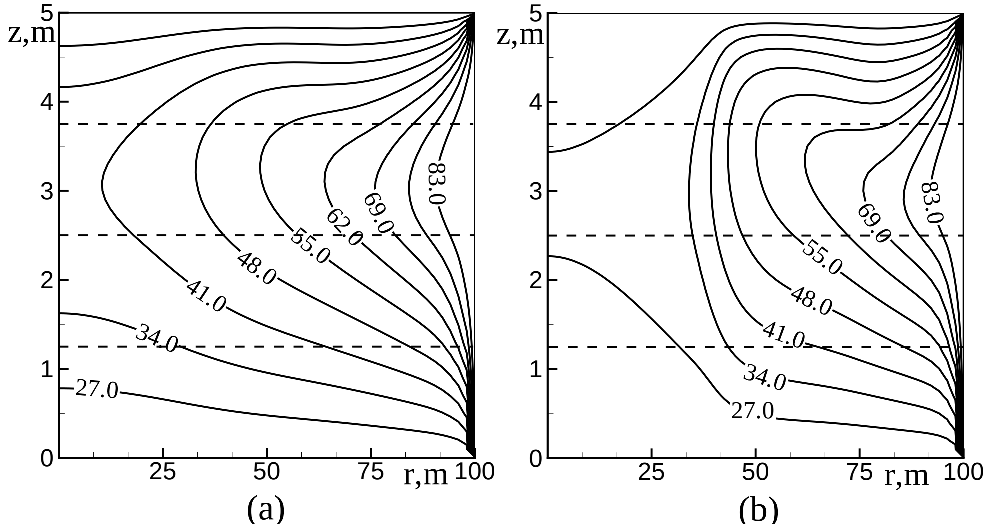

Рис. 4. Установившееся распределение температуры T в слоисто-неоднородном пласте для $A = 10$ (a) и $A = 100$ (b)

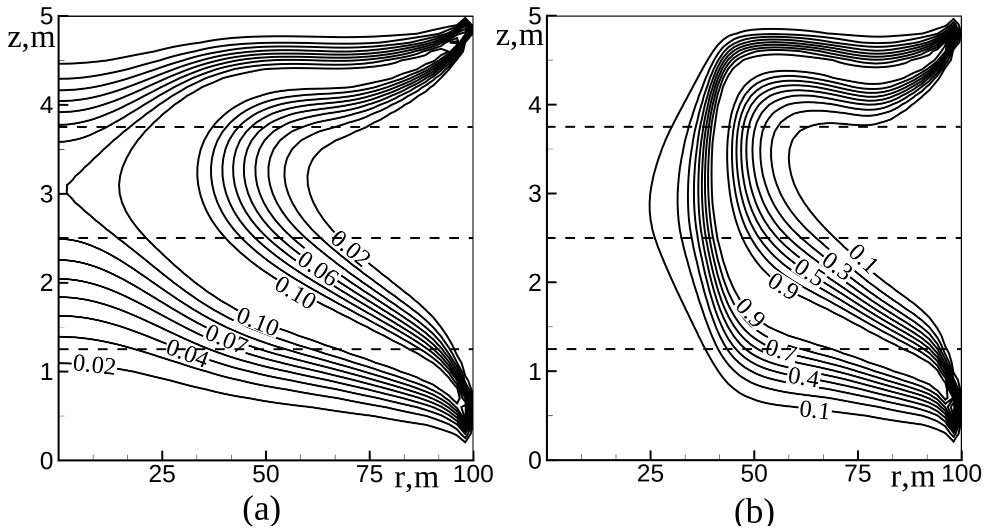

Рис. 5. Установившееся распределение вязкости μ в слоисто-неоднородном пласте для $A = 10$ (a) и $A = 100$ (b)

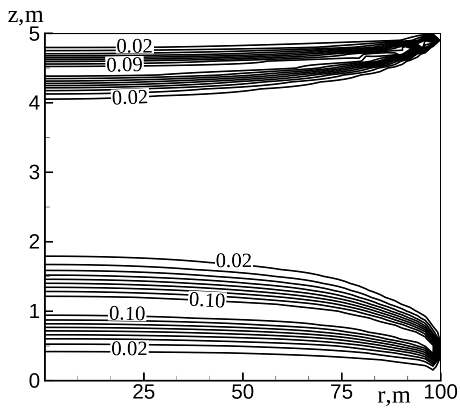

Рис. 6. Распределение вязкости при $\Delta p = 20$МПа

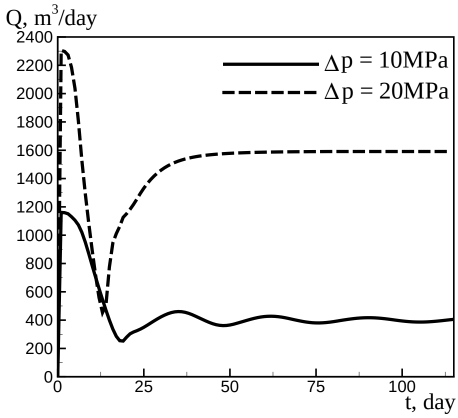

Рис. 7. Зависимость относительного расхода Q от времени при различных перепадах давления

ском [2] каналах, имеют место и при фильтрации аномально термовязкой жидкости в пористой среде. Процесс фильтрации также определяется характером преодоления жидкостью зоны немонотонного изменения вязкости — «вязкого барьера». Величина дебита пласта существенным образом зависит от параметра A и перепада давления Δp.

Список литературы

[1] Урманчеев С. Ф., Киреев В. Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией // Доклады академии наук. 2004. Т. 396, № 2. С. 204–207.

[2] Киреев В. Н., Урманчеев С. Ф., Хизбуллина С. Ф. Математическое моделирование течения аномально термовязкой жидкости в цилиндрическом канале // Труды 4–ой Российской национальной конференции по теплообмену в 8 томах. Т. 2. Вынужденная конвекция однофазной жидкости. М.: Издательский дом МЭИ, 2006. С. 145–148.

[3] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

[4] Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Розенберг Г. Д. Нефтегазовая гидромеханика: Учебное пособие для вузов. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 544 с.