



УДК 532.5

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЛОЕННОГО И СНАРЯДНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА В ТРУБЕ НА ОСНОВЕ ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ¹

А. С. Топольников

Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. Работа посвящена численному моделированию течения газожидкостного потока в горизонтальной и наклонной трубах на основе одномерной модели. С помощью разработанного вычислительного алгоритма проводится параметрическое исследование перехода расслоенного течения водовоздушного потока к течению с водяными перемычками. В условиях снарядного режима изучается влияние наклона трубы на протяженность и частоту образования жидкостных снарядов.

Ключевые слова: численное моделирование, двухфазный поток, расслоенное течение, неустойчивость

1 Введение

Теоретическое и экспериментальное изучение течения двух- и многофазных потоков в каналах и трубах в последние годы приобретает все большую актуальность в связи с проектированием и эксплуатацией промышленных трубопроводов во многих технологических отраслях, в частности, при транспортировке продуктов нефтяного и газового производства, в теплообменных и охладительных системах, в оборудовании на атомных объектах. При описании газо- и парожидкостных течений одним из главных вопросов остается исследование различных режимов течения (расслоенного, волнового, снарядного, пузырькового и др.), а также определение

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-01-97926) и Фонда содействия отечественной науке

условий и критериев перехода от одного к другому. Помимо теоретического и научного интереса такое исследование позволяет помочь в проектировании и эффективной работе трубопроводов, а в ряде случаев избежать серьезных неисправностей и поломок в элементах технологических конструкций. Одним из наиболее ярких проявлений разрушительной силы «неуправляемого» потока является эффект, так называемого, конденсационного гидроудара, когда в результате перепада температур или давлений в жидкости и паре происходит быстрый переход от расслоенного к снарядному режиму течения с последующим захлопыванием образовавшихся кавитационных каверн. В результате жидкость приобретает ускорение и взаимодействует с поверхностью трубопровода, вызывая повышенное напряжение в его конструкции, а в ряде случаев и разрыв трубы [1].

К настоящему времени накоплен достаточно обширный экспериментальный материал по изучению основных и переходных режимов течения двухфазных потоков в трубе, однако из-за наличия большого количества физических параметров в системе, его обобщение на случай трубы произвольной геометрии и специфических свойств среды оказывается затруднено. Среди существующих теоретических исследований, которые в этом смысле приобретают особую актуальность, можно выделить два направления. Первое из них основывается на одномерном описании потока, когда все параметры среды осредняются по сечению трубы, и далее уравнения движения для двухфазного течения или каждой из фаз по отдельности решаются тем или иным способом [2]. Второе направление, получившее распространение в последние годы, сводится к прямому численному моделированию процесса, когда рассматривается двумерная или трехмерная геометрия задачи [3, 4]. Оба подхода имеют свои преимущества и недостатки, сводящиеся в конечном итоге к традиционному балансу между эффективностью и точностью решения.

В основе математической модели настоящей работы лежит одномерная схема описания двухфазного потока, с помощью которой проводятся параметрические исследования перехода от расслоенного к снарядному режиму течения. В соответствии с идеологией, предложенной в работе [5], вычислительный алгоритм адаптирован таким образом, что позволяет переходить от двухфазной модели среды к однофазной, и наоборот. На основе проведенных расчетов выявлены условия образования водяных перемычек, а также характеристики снарядного течения в зависимости от угла наклона трубы.

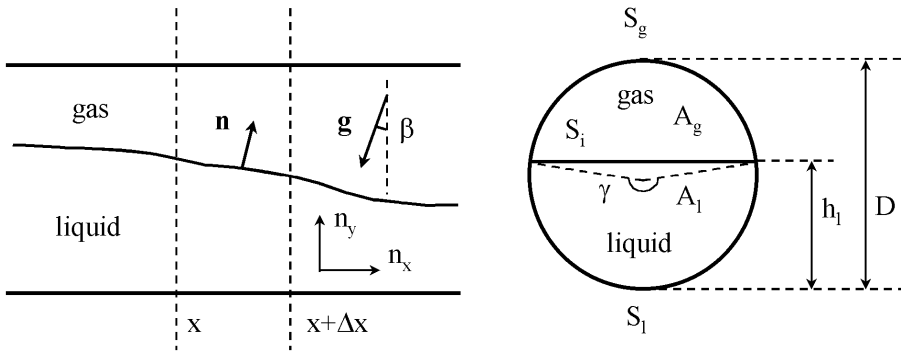


Рис. 1. Геометрия канала трубопровода в случае одномерной модели

2 Одномерная модель расслоенного течения газожидкостного потока в наклонной трубе

Рассмотрим одномерное расслоенное течение газожидкостного потока в наклонной трубе (Рис. 1). В предположении изотермичности процесса и отсутствия массообмена, его динамика определяется законами сохранения массы и количества движения, записанными отдельно для газа и жидкости [6, 7, 8]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g u_g) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_l \rho_l u_l) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g u_g^2) = -\alpha_g \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_{gw} S_g}{A} - \frac{\tau_{gi} S_i}{A} - \alpha_g \rho_g g \sin \beta, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_l \rho_l u_l^2) = \\ & = -\alpha_l \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_{lw} S_l}{A} - \frac{\tau_{li} S_i}{A} - \alpha_l \rho_l g \frac{\partial h_l}{\partial x} \cos \beta - \alpha_l \rho_l g \sin \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь α , ρ , u — объемная концентрация, плотность и скорость газа (индекс «g») и жидкости (индекс «l»), причем $\alpha_g + \alpha_l = 1$; p — давление на границе раздела фаз, которое совпадает с давлением в газе ($\rho_g \ll \rho_l$) и связано с осредненным по сечению трубы давлением в жидкости гидростатическим соотношением

$$p_l = p + \frac{1}{2} \rho_l g h_l \cos \beta;$$

A — общая площадь сечения трубопровода; S_g, S_l, S_i — периметры сечения трубы, занятой газом, жидкостью и межфазной поверхностью соответственно; $\tau_{gw}, \tau_{gi}, \tau_{lw}$ и τ_{li} — касательные напряжения на стенке трубы и на границе раздела со стороны газа и жидкости; h_l — высота заполнения трубы водой; g — ускорение свободного падения; β — угол наклона трубы к горизонтальной поверхности (см. Рис. 1).

С учетом предположения об изотермичности, уравнение состояния для совершенного газа, с помощью которого будем моделировать поведение газа, запишется в виде

$$p = \rho_g R_g T, \quad (5)$$

где R_g — газовая постоянная; T — температура среды. Жидкость считается несжимаемой с постоянной плотностью $\rho_l = const$.

Геометрические соотношения для сечения канала задаются следующими формулами:

$$S_g = \frac{1}{2}(2\pi - \gamma)D, \quad S_l = \frac{1}{2}\gamma D, \quad S_i = D \sin \frac{\gamma}{2},$$

$$\gamma = 2 \arccos \frac{D - 2h_l}{D}, \quad \alpha_l = 1 - \alpha_g = \frac{1}{2\pi}(\gamma - \sin \gamma),$$

где D — диаметр трубы; γ — телесный угол (см. Рис. 1).

Как отмечается в работе [8], характер течения двухфазного потока в трубе в значительной степени зависит от выбора эмпирических соотношений для касательных напряжений. В соответствии с данными сравнительного анализа, проведенного авторами, рекомендуется использовать следующие формулы [9, 10]:

$$\tau_{gw} = \frac{1}{2}f_g \rho_g u_g^2, \quad \tau_{lw} = \frac{1}{2}f_l \rho_l u_l^2, \quad \tau_{gi} = -\tau_{li} = \frac{1}{2}f_i \rho_g |u_g - u_l| (u_g - u_l),$$

где

$$f_g = \frac{16}{Re_g}, \quad f_l = \frac{24}{Re_l}, \quad f_i = \frac{16}{Re_i}$$

для ламинарного течения ($Re_k < 2000$) и

$$f_g = 0.046 Re_g^{-0.2}, \quad f_l = 0.0262 (\alpha_l Re_l)^{-0.139}, \quad f_i = 0.046 Re_i^{-0.2}$$

для турбулентного потока ($Re_k > 3000$), которые сращиваются в промежуточной области ($2000 \leq Re_k \leq 3000$).

Числа Рейнольдса определяются соотношениями

$$Re_g = \frac{4A_g \rho_g u_g}{\mu_g (S_g + S_i)}, \quad Re_l = \frac{D \rho_l \alpha_l u_l}{\mu_l}, \quad Re_i = \frac{4A_g \rho_g |u_g - u_l|}{\mu_g (S_g + S_i)}.$$

3 Численная схема

Для численной реализации системы уравнений (1)–(4) применяется неявная схема, основанная на методе контрольного объема, которая использует разнесенную по скорости и давлению сетку [11]. В результате аппроксимации дифференциальных уравнений и последующей линеаризации получается система алгебраических уравнений вида

$$A_j^n \bar{q}_{j-1}^{n+1} + C_j^n \bar{q}_j^{n+1} + B_j^n \bar{q}_{j+1}^{n+1} = \bar{f}_j^n. \quad (6)$$

Здесь

$$\bar{q}_j^{n+1} = (\alpha_{g,j}^{n+1}, \rho_{g,j}^{n+1}, u_{g,j+1/2}^{n+1}, u_{l,j+1/2}^{n+1})^T$$

вектор независимых переменных, в котором значения объемной концентрации и плотности газа берутся в серединах расчетных ячеек, а значения скорости газа и жидкости — на их концах;

$$A = \|a_{mn}\|_{m,n=1}^4, \quad B = \|b_{mn}\|_{m,n=1}^4, \quad C = \|c_{mn}\|_{m,n=1}^4, \quad \bar{f} = \|f_m\|_{m=1}^4$$

матрицы коэффициентов в соответствии с аппроксимацией законов сохранения.

На каждом временном шаге Δt матричное уравнения (6) решается с помощью обобщенного алгоритма Томаса для блочно–трехдиагональных систем [12] до тех пор, пока не будет достигнута сходимость по линеаризованным переменным.

Граничные условия в задаче о течении двухфазного газо–жидкостного потока в трубе обычно ставятся следующим образом: на входе задаются постоянные во времени объемные концентрации газа и жидкости, а также их массовые расходы, на выходе — давление, которое, как правило, принимается равным атмосферному. В вычислительном алгоритме аппроксимация граничных условий будет выглядеть как:

$$\alpha_{g,0}^n = 2\alpha_g^* - \alpha_{g,1}^n, \quad u_{g,1/2}^n = Q_g^* / \rho_{g,1}^n, \quad u_{l,1/2}^n = u_l^*, \quad \rho_{g,N+1}^n = 2\rho_g^{**} - \rho_{g,N}^n,$$

где α_g^* , Q_g^* и u_l^* — заданные объемная концентрация газа, массовый расход газа и скорость жидкости на входе; ρ_g^{**} — плотность газа на выходе,

которая пересчитывается через известное давление с помощью уравнения состояния (5).

Отметим здесь, что система уравнений (1)–(4) описывает течение газожидкостного потока, когда объемные концентрации газа и жидкости находятся в интервале значений от нуля до единицы. Действительно, при $\alpha_g \rightarrow 0$ уравнения неразрывности и импульса для газовой фазы становятся сингулярными, т.к. все производные содержат величину α_g , а при $\alpha_l \rightarrow 0$ теряется физический смысл соответствующих уравнений для жидкости. При численном решении в таких случаях неизбежно возникают большие ошибки в определении значений расчетных переменных, в частности скорости.

Во избежании сингулярности в настоящей работе вводится ϵ — наименьшее допустимое значение объемной концентрации газа в трубе, и в ходе численного решения системы уравнений контролируется выполнение условия

$$\min_{1 \leq j \leq N} \alpha_g \geq \epsilon. \quad (7)$$

При нарушении неравенства (7), которое означает, что в данном месте трубы образовалась водяная перемычка, полагается $\alpha_{g,j*} = \epsilon$, а «излишек» жидкости переносится в ближайшую по направлению потока расчетную ячейку. Поскольку на каждом временном шаге система уравнений (6) решается итерационным методом до обеспечения сходимости, такая процедура является вполне корректной. Кроме этого ограничение (7) позволяет использовать уравнения двухфазного потока даже в области, которую занимает одна жидкость, и не приводит к необходимости модифицировать вычислительный алгоритм.

4 Результаты численных расчетов

Рассмотрим расслоенное водо–воздушное течение в горизонтальной трубе, имеющей длину $l = 36$ м с диаметром сечения $D = 0.078$ м [8]. Будем считать, что в начальный момент времени параметры газа и жидкости (объемные концентрации и скорости, а также давление на границе раздела фаз) имеют однородное распределение вдоль всей трубы. Если скорости движения фаз не равны нулю, то под действием сил трения на стенке трубы и межфазной поверхности и граничных условий поток начнет эволюционировать, что выразится в изменении положения границы раздела. При этом, очевидно, могут возникнуть две ситуации: либо течение останется расслоенным двухфазным, либо произойдет перекрытие сечения трубы жидкостью, т.е. образуется водяная перемычка.

Численное решение поставленной задачи будем искать для следующих параметров среды: $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\mu_l = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\rho_g = 1.2 \text{ кг/м}^3$, $\mu_g = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $p_0 = 1 \text{ атм}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$. Кроме этого во всех численных экспериментах будем полагать, что в начальный момент времени объемные концентрации фаз равны, т.е. $\alpha_g = 0.5$, а скорость газа на входе (левой границе) $u_g = 4 \text{ м/с}$. Таким образом, единственным варьируемым параметром системы остается начальная скорость жидкости u_l .

Решение строилось на равномерной пространственной сетке, состоящей из 1000 ячеек, в соответствие с изложенным выше алгоритмом. Шаг по времени в неявной схеме выбирался из условия [8]:

$$\Delta t < C \frac{\Delta x}{\max_{1 \leq j \leq N} |u_g|},$$

где C — число Куранта полагалось равным 0.5. Параметр ϵ в неравенстве (7) равен 0.05 (при меньших значениях итерационный алгоритм расходится). Как показывают тестовые расчеты, более мелкая сетка и уменьшение временного шага не приводят к заметному изменению результатов решения.

На Рис. 2 представлена картина развития расслоенного течения при последовательном увеличении u_l от 0.2 до 2.0 м/с.

При сравнительно малой скорости воды (Рис. 2(a)) у левого конца трубы начинается подъем уровня жидкости, вызванный ее торможением и соответствующим ускорением газа. С течением времени процесс распространяется вдоль всей трубы до тех пор, пока не установится постоянный перепад давления и однородное (кроме малой области вблизи левой границы, где поддерживается начальное значение) распределение объемной концентрации.

По мере увеличения начальной скорости жидкости (Рис. 2(b)) картина течения в трубе не испытывает принципиальных изменений, стадии формирования конечных распределений параметров в расслоенном потоке остаются прежними, за исключением времени самого установления, которое оказывается значительно меньше. Качественное отличие от предыдущего случая состоит в том, что появляется немонотонное повышение уровня воды и давления (в моменты времени 40 и 50 с).

Указанный эффект при увеличении u_l становится все более заметным, пока не приводит к захлесту жидкостью всего сечения трубы (Рис. 2(c)). Природа этого явления объясняется развитием неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, критерий которой в простейшем приближении длинноволнового невязкого течения выражается неравенством:

$$|u_g - u_l| \geq \sqrt{\frac{(\rho_l - \rho_g)g(D - h_l)}{\rho_g}}.$$

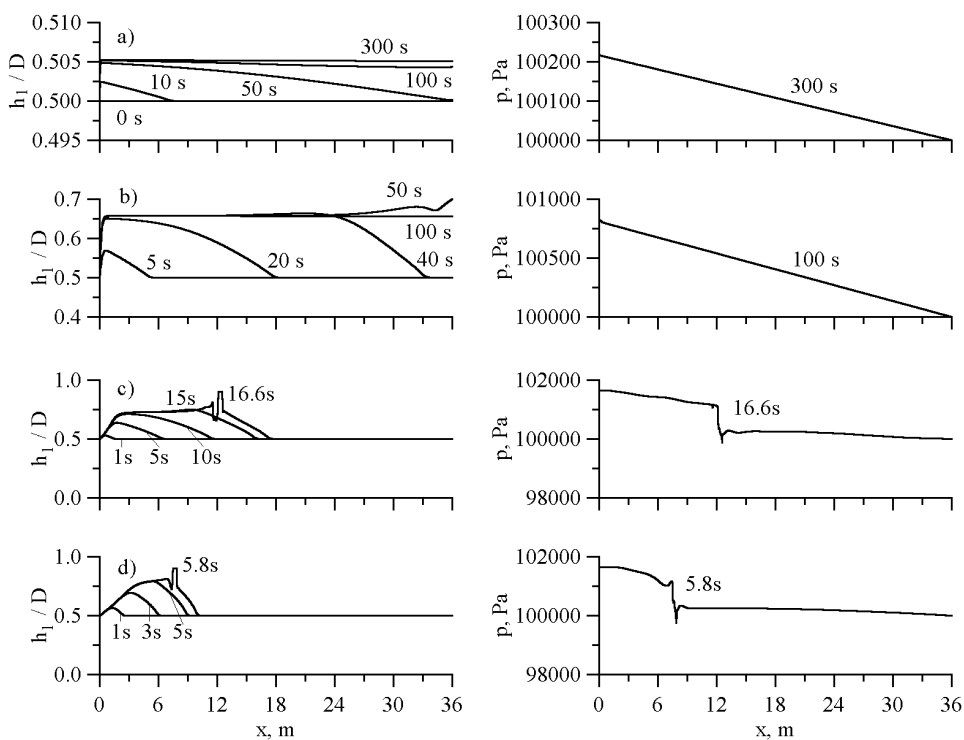


Рис. 2. Картина расслоенного течения в горизонтальной трубе при последовательном увеличении скорости жидкости а) $u_l = 0.2$ м/с, б) $u_l = 0.6$ м/с, в) $u_l = 1.0$ м/с, д) $u_l = 2.0$ м/с

При дальнейшем увеличении начальной скорости течения жидкости водяная перемычка образуется гораздо раньше на меньшем расстоянии от левого конца трубы (Рис. 2(d)).

В условиях режима образования водяной перемычки проводилось параметрическое исследование решения задачи в зависимости от изменения начальных условий. Базовый вариант, соответствующий Рис. 2(d), сравнивался с решениями, в которых варьировался один из следующих параметров: скорость жидкости u_l , скорость газа u_g , объемная концентрация газа α_g и диаметр трубы d . Результаты сравнительных расчетов, приведенные в Табл. 1, оценивались по времени и месту образования водяной перемычки.

Как следует из данных расчетов, увеличение скорости газа и воды, падение концентрации газа, а также уменьшение внутреннего диаметра трубы во всех случаях приводит к ускорению образования перемычки, причем эта зависимость монотонна. Что касается участка трубы, на котором формируется водяная перемычка, то здесь возможно ее немонотонное изменение, и связано оно со следующим эффектом: при увеличении средней скорости расслоенного потока (за счет роста u_g или u_l) неустойчивость растет быстрее, однако возникающие на поверхности воды волны одновременно и быстрее сносятся потоком вдоль трубы. В результате может возникнуть ситуация, когда волна существует достаточно продолжительное время, не перекрывая при этом сечения трубопровода.

На Рис. 3 представлены профили границы раздела между газом и жидкостью в горизонтальной трубе для случая $u_l = 2.0$ м/с при $t = 10, 20, 30, 40$ и 50 с. Как следует из результатов численных расчетов, снарядный режим двухфазного течения характеризуется двумя стадиями: начальной (верхний профиль на Рис. 3) и квазистационарной (при $t \geq 30$ с), когда устанавливаются характерные для данной трубы протяженность (1–2 м) и частота образования водяного снаряда (0.5 с^{-1}), согласующиеся с данными экспериментальных исследований [8, 13, 14].

Особый интерес, связанный с практическим применением, представляет моделирование течения газожидкостного потока в наклонной трубе. В этом случае в уравнениях количества движения для газа и жидкости слагаемые, представляющие собой проекции силы тяжести на ось трубопровода, становятся ненулевыми и влияют на динамические характеристики потока. При этом в случае положительного угла наклона, когда начало трубы расположено ниже его конца (см. Рис. 1), очевидно, следует ожидать более раннего начала образования перемычки со смещением ее локализации по направлению к входу. В случае же отрицательного наклона течение большее время остается расслоенным, а водяная перемычка образуется дальше от начала трубопровода. В Табл. 2 записаны данные по времени и месту дислокации водяных перемычек для различных малых

Таблица 1. Время и место образования водяной перемычки при различных значениях скорости воздуха, воды, объемной концентрации и внутреннего диаметра трубы

u_g , м/с	2	4	6	8	10
t, с	6.41	5.62	4.88	4.25	3.73
x, м	6.71	6.97	6.75	6.43	6.10
u_l , м/с	0.8	1	2	3	4
t, с	27.26	16.42	5.62	3.54	2.66
x, м	18.88	11.72	6.97	6.75	6.86
α_g	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
t, с	2.72	3.97	5.62	8.13	13.16
x, м	4.16	5.49	6.97	8.77	11.86
d, мм	39	58	78	117	156
t, с	2.34	3.79	5.62	10.08	15.89
x, м	3.29	5.02	6.97	11.25	16.69

Таблица 2. Время и место образования водяной перемычки при различных значениях угла наклона трубы

β , град.	1.5	1.0	0.5	0	-0.5
t, с	2.76	3.28	4.10	5.62	9.44
x, м	3.26	3.91	4.91	6.97	13.01

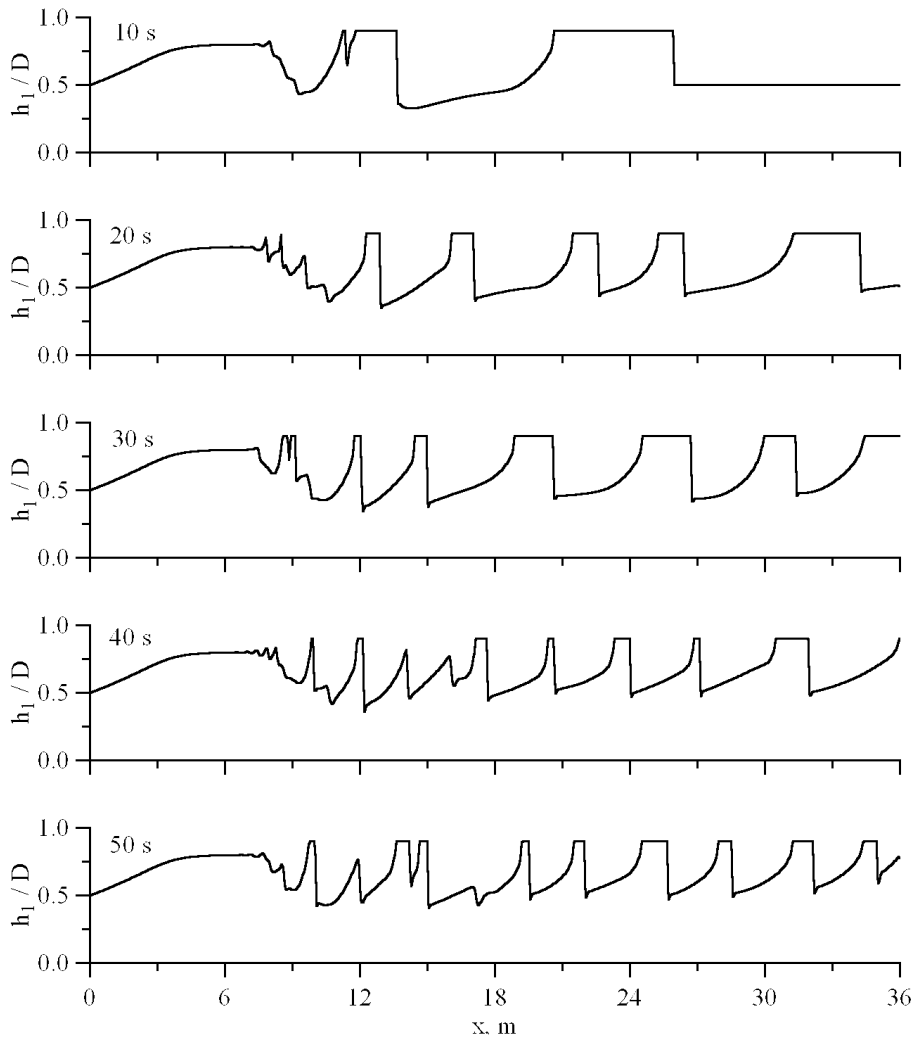


Рис. 3. Картина снарядного течения в горизонтальной трубе в различные моменты времени при $u_l = 2$ м/с

углов наклона трубопровода. Как следует из результатов расчетов, при положительных углах наклона трубы водяная перемычка образуется ближе к ее входному отверстию в течение меньшего времени по сравнению со случаем горизонтальной трубы. В то же время при отрицательном уклоне расслоенное течение существует дольше, а место возникновения перемычки сдвигается вниз по потоку. При значении $\beta = -1^\circ$ перемычка уже не образуется и течение остается расслоенным.

На Рис. 4 показано изменение подъема воды во времени на выходе трубопровода для четырех его конфигураций: в горизонтальной трубе, при $\beta = 0.5^\circ$, когда выходной конец находится выше начала трубы, при $\beta = -0.5^\circ$, что соответствует противоположной ситуации, и, наконец, для Λ -образной формы трубы, когда при $x < 18$ м полагается $\beta = 0.5^\circ$, а при $x > 18$ м — $\beta = -0.5^\circ$.

Согласно расчетам, картина снарядного течения существенно зависит от угла наклона трубы. При положительном значении β квазистационарный снарядный режим устанавливается достаточно быстро (Рис. 4(b)), при этом частота появления водяных снарядов увеличивается по сравнению со случаем горизонтальной трубы до $0.6\text{--}0.7 \text{ с}^{-1}$. При отрицательном значении β , напротив, переход от расслоенного режима течения к снарядному затягивается (Рис. 4(c)), а частота составляет порядка 0.4 с^{-1} . Режим течения в Λ -образной трубе, представляющей собой соединение двух участков трубы с противоположными углами наклона, в этом отношении наиболее близок к течению в горизонтальной трубе.

5 Заключение

Разработан вычислительный алгоритм, с помощью которого проведено численное исследование образования водяных перемычек в трубопроводе в рамках одномерной модели двухфазного потока. Сделаны расчеты по определению времени и места возникновения перемычки в зависимости от скорости газа и жидкости, объемного содержания фаз, внутреннего диаметра трубы и угла ее наклона к горизонту. Исследован снарядный режим течения в горизонтальной и наклонной трубах, получены удовлетворительные согласования с экспериментальными данными по протяженности и частоте образования водяных снарядов.

Список литературы

- [1] Debban H. L., Eyre L. E. Condensate induced water hammer in a steam distribution system results in fatality // Report No. KH-SA-3026-FP, ICF Kaiser Hanford Company, Richland, USA, 1996.

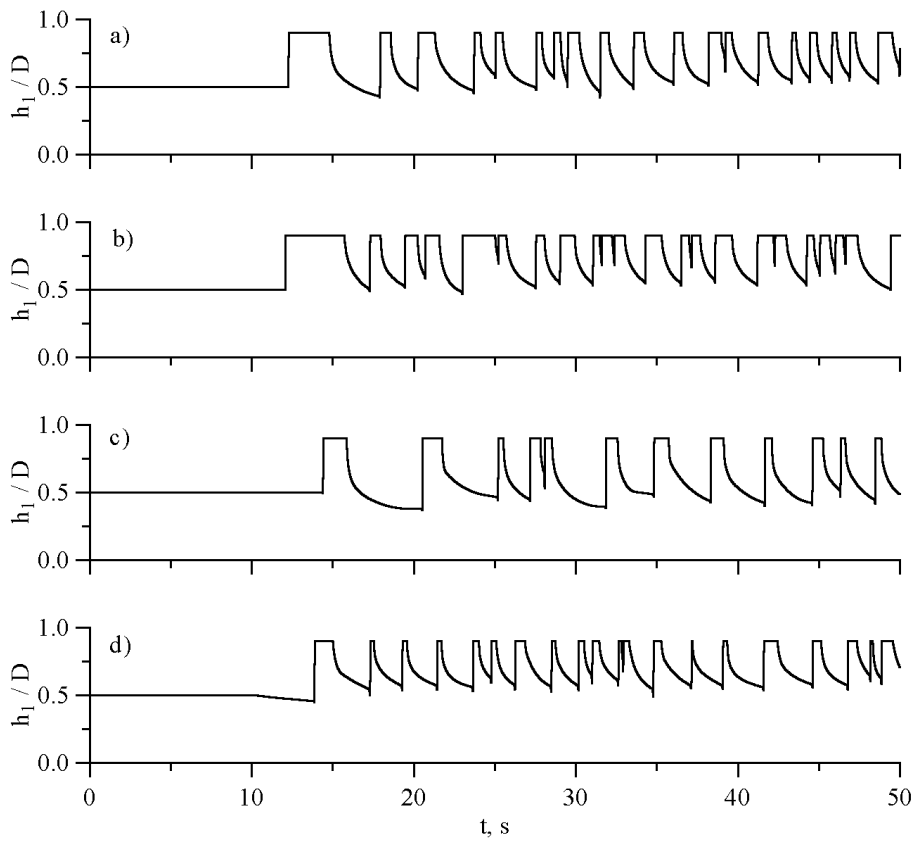


Рис. 4. Изменение подъема воды во времени на выходе трубы для различных ее конфигураций при $u_l = 2$ м/с а) $\beta = 0$, б) $\beta = 0.5^\circ$, в) $\beta = -0.5^\circ$, д) Λ -образная форма

- [2] Jones A. V., Prosperetti A. On the suitability of first-order differential models for two-phase flow prediction // *Int. J. Multiphase Flow*. 1985. V. 11, No. 2. P. 133–145.
- [3] Newton C. H., Behnia M. Numerical calculation of turbulent stratified gas-liquid pipe flows // *Int. J. Multiphase Flow*. 2000. V. 26. P. 327–337.
- [4] Gao H., Gu H.-Y., Guo L. J. Numerical study of stratified oil-water two-phase turbulent flow in a horizontal tube // *Int. J. Multiphase Flow*. 2003. V. 46. P. 749–754.
- [5] Issa R. J., Woodburn P. J. Numerical prediction of instabilities and slug formation in horizontal two-phase flows // *Proc. of 3rd Int. Conf. on Multiphase Flow, ICMF98, Lyon, France, 1998*.
- [6] Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир. 1972.
- [7] Barnea D., Taitel Y. Kelvin-Helmholtz stability criteria for stratified flow: viscous versus non-viscous (inviscid) approaches // *Int. J. Multiphase Flow*. 1993. V. 19. No. 4. P. 639–649.
- [8] Issa R. I., Kempf M. H. W. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model // *Int. J. Multiphase Flow*. 2003. V. 29. P. 69–95.
- [9] Taitel Y., Dukler A. E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow // *AIChE J.* 1976. V. 22. P. 47–55.
- [10] Spedding P. L., Hand N. P. Prediction in stratified gas-liquid co-current flow in horizontal pipelines // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1997. V. 40. P. 1923–1935.
- [11] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Наука. 1984.
- [12] Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир. Т. 1,2. 1991.
- [13] Dukler A. E., Maron D., Brauner N. A physical model for predicting the minimum stable slug length // *Chem. Eng. Sci.* 1985. V. 40. P. 1379–1385.
- [14] Nydal O. J., Pintus S., Andreussi P. Statistical characterization of slug flow in horizontal pipes // *Int. J. Multiphase Flow*. 1992. V. 18. P. 439–453.