УДК 681.3

Устойчивость цифровых многосвязных систем управления

О. Д. Лянцев

Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. Рассматривается задача теоретического исследования устойчивости цифровых многосвязных систем управления и влияния на устойчивость ошибок численных значений параметров модели объекта регулирования и способов реализации закона управления.

Ключевые слова: устойчивость, асимптотическая устойчивость, цифровые алгоритмы управления, численные методы

1 Введение

При синтезе цифровых многосвязных систем управления (МСАУ) необходимо решить проблему теоретического исследования устойчивости синтезированных систем многосвязного управления, что позволяет до перехода к моделированию проектируемой системы произвести оценку ее основных характеристик.

Для нелинейных систем единственным известным строгим аппаратом аналитического исследования устойчивости в большом являются функции Ляпунова и прямой метод Ляпунова, которым посвящена обширная литература. Причем функции Ляпунова используются не только для исследования устойчивости, но и для оценки некоторых показателей качества переходных процессов, синтеза законов управления и при решении задач оптимизации управления. Воспользуемся прямым методом Ляпунова, чтобы доказать асимптотическую устойчивость систем управления синтезированных методом представленным в [1].

2 Доказательство асимптотической устойчивости многосвязных систем

Возьмем уравнение для переменных состояния из системы векторно-матричных уравнений, описывающих динамические свойства объекта управления [2]:

$$\Delta x(i+1) = A\Delta x(i) + B\Delta u(i). \tag{1}$$

Прямой метод Ляпунова дает достаточные условия асимптотической устойчивости состояния равновесия стационарной системы (1), которые можно сформулировать следующим образом.

Если для системы (1) в области Ω_m существует положительно-определенная функция, первая разность которой $\Delta V_i = V_{i+1} - V_i$ в силу уравнения системы является отрицательно определенной функцией, то равновесное состояние асимптотически устойчиво с областью притяжения Ω_m. Если при этом областью притяжения является область допустимых начальных отклонений регулируемых параметров, то имеет место устойчивость в большом.

Возьмем в качестве функции Ляпунова целевую функцию многосвязной системы управления из [1] и запишем её в виде:

$$V_{i+1} = \sum_{j=1}^{m} e_j^2(i+1) = e^t(i+1)Ee(i+1) \geq 0. \tag{2}$$

Эта функция является положительно-определенной квадратичной формой от фазовых координат системы и, следовательно, удовлетворяет условиям теоремы Ляпунова.

Найдем её первую разность $\Delta V_i = V_{i+1} - V_i$ в силу уравнения (1) и покажем, что $\Delta V_i \leq 0$. Тем самым будет доказана асимптотическая устойчивость управляемой системы.

Представим систему (1) в виде [1]:

$$x(i+1) = x(i) + A\delta x(i) + B\delta u(i), \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} \delta x(i) &= x(i) - x(i-1), \\ \delta u(i) &= u(i) - u(i-1). \end{aligned} \tag{4}$$

Выразим вектор управления $\delta u(i)$ через фазовые координаты. Для этого необходимо использовать уравнение регулятора. Напишем выражение для вектора ошибок регулирования в виде

$$e_x(i+1) = R_x(i) - H_x B \delta u(i), \tag{5}$$

где $R_x(i)$ определяется из соотношения

$$R_x = x^{pr} - x(i) - H_x A \delta x(i). \tag{6}$$

Величина вектора управления $\delta u^*(i)$, доставляющего безусловный минимум целевой функции (2), находится из уравнения

$$e_x(i+1) = R_x(i) - H_x B \delta u^*(i) = 0, \tag{7}$$

т. е.

$$\delta u^*(i) = (H_x B)^{-1} R_x(i). \tag{8}$$

В [1] было показано, что точка минимума целевой функции (2) определяется ограничениями на управляющие воздействия и находится на луче

$$\delta u(i) = \lambda (H_x B)^{-1} R_x(i) \qquad 0 < \lambda \leq 1. \tag{9}$$

Следовательно, при управлении, определяемым соотношением (9), значение вектора ошибок управления станет равным

$$\begin{aligned} e_x(i+1) &= R_x(i) - H_x B \delta u(i) = R_x(i) - H_x B \lambda (H_x B)^{-1} R_x(i) = \\ &= R_x(i) - \lambda R_x(i) = (1-\lambda) R_x(i). \end{aligned} \tag{10}$$

Функция V_{i+1} (2) примет значение

$$\begin{aligned} V_{i+1} &= e_x^t(i+1) E e_x(i+1) = (1-\lambda) R_x^t(i) E (1-\lambda) R_x(i) = \\ &= (1-\lambda)^2 R_x^t(i) R_x(i). \end{aligned} \tag{11}$$

Значение функции V_i определяет величина вектора $e_x(i+1)$, которая вычисляется по соотношению (5) при нулевом векторе управления $\delta u(i)$:

$$V_i = R_x^t(i) E R_x(i) = R_x^t(i) R_x(i). \tag{12}$$

Таким образом, функция V_i является положительно-определенной квадратичной формой.

Первая разность функции Ляпунова будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \Delta V_i &= V_{i+1} - V_i = (1-\lambda)^2 R_x^t(i) R_x(i) - R_x^t(i) R_x(i) = \\ &= -(2\lambda - \lambda^2) R_x^t(i) R_x(i) = -\lambda(2-\lambda) R_x^t(i) R_x(i) \leq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку первая разность функции Ляпунова при $0 < \lambda \leq 1$ является отрицательно-определенной квадратичной формой от фазовых координат, то, следовательно, выполняются условия теоремы Ляпунова и асимптотическая устойчивость системы управления доказана.

Полученный результат говорит о том, что система управления будет асимптотически устойчивой, если матрицы A и B, используемые в регуляторе при расчете управляющих воздействий, совпадают с матрицами, образующими линейную модель объекта управления. Для исследования влияния на устойчивость системы ошибок в определении параметров матриц A и B, построения областей устойчивости, необходим теоретический метод, удобный для практического использования.

3 Численный метод исследования устойчивости многосвязных систем

Традиционные теоретические методы исследования устойчивости дискретных систем, основанные на анализе характеристического уравнения, неудобны в инженерном отношении для многосвязных многофункциональных цифровых систем. Видимо поэтому, основным методом исследования цифровых систем управления является их моделирование на универсальных цифровых вычислительных машинах и аналого-цифровых комплексах. Однако такое моделирование не может проводиться без параллельного аналитического исследования, предназначенного для обоснования структуры проектируемой системы, определения ее основных параметров и качественных показателей и предварительного выбора всех элементов. При этом аналитические методы могут предполагать вынесение сложных расчетов на вычислительную технику с целью экономии времени и возможного просмотра большего количества вариантов. Это предъявляет к возможным аналитическим методам требования высокой эффективности и обозримости получаемых результатов.

Метод переменных состояния, который лежит в основе развиваемого здесь метода синтеза многосвязных систем управления, ориентирован на вычислительные методы теории матриц. Если требуется выполнить анализ устойчивости по уравнениям состояния, то традиционные способы требуют предварительного приведения матрицы динамики к характеристическому уравнению с последующим применением критериев устойчивости или корневых методов. Существующие критерии устойчивости (Рауса, Гурвица, Льенара–Шипара, Михайлова) могут применяться только непосредственно к коэффициентам характеристического уравнения замкнутой системы. Получение коэффициентов характеристического уравнения часто связано с серьезными трудностями вычислительного характера из-за высокого порядка системы и ее многосвязности.

Наиболее пригодными в этом случае оказываются методы анализа устойчивости, основанные на исследовании матрицы динамики уравнения состояния замкнутой системы без вычисления ее собственных значений, что позволяет избежать процедуры вычисления обратных матриц. Если пренебречь при этом влиянием квантования по уровню, то удается сформулировать задачу в линейной области. Такая методика принята в дальнейшем изложении. Она основана на том, что при создании новых цифровых систем управления точный расчет динамики с учетом квантования по уровню не представляет особого интереса. Развиваемый ниже метод исследования цифровых систем управления позволяет до перехода к моделированию проектируемой системы произвести оценку ожидаемых результатов и решить вопрос о целесообразности построения системы по предлагаемому методу.

Поскольку синтезированные регуляторы являются цифровыми, т.е. дискретными, то для исследования устойчивости МСАУ необходимо получить матричные разностные уравнения замкнутой системы регулирования.

Получим рекуррентное разностное уравнение динамической системы, состоящей из объекта управления и синтезированного алгоритма.

Как было показано в [1], возмущенное движение объекта регулирования описывается системой разностных линейных уравнений в отклонениях от исследуемого программного движения:

$$\begin{aligned} x(i+1) - x^{pr} &= A(x(i) - x^{pr}) + B(u(i) - u^{pr}), \\ y(i+1) - y^{pr} &= C(x(i) - x^{pr}) + D(u(i) - u^{pr}), \end{aligned} \tag{14}$$

где A, B, C, D - матрицы размерностей $n \times n, n \times m, k \times n, k \times m$ соответственно. Запишем уравнения (14) для момента времени $t = i\tau$:

$$\begin{aligned} x(i) - x^{pr} &= A(x(i-1) - x^{pr}) + B(u(i-1) - u^{pr}), \\ y(i) - y^{pr} &= C(x(i-1) - x^{pr}) + D(u(i-1) - u^{pr}). \end{aligned} \tag{15}$$

Вычитая из уравнений (14) уравнения (15), получим

$$\begin{aligned} x(i+1) &= (A+E)x(i) - Ax(i-1) + B\delta u(i), \\ y(i+1) &= y(i) + Cx(i) - Cx(i-1) + D\delta u(i), \end{aligned} \tag{16}$$

где

$$\delta u(i) = u(i) - u(i-1). \tag{17}$$

Введем переменные V

$$\begin{aligned} V_l &= x_l, \qquad l = 1, \ldots, n, \\ V_{l+r} &= y_r, \qquad r = 1, \ldots, k. \end{aligned} \tag{18}$$

Тогда (16) примет вид:

$$\begin{aligned} V(i+1) \;&=\; \left\| \begin{matrix} A+E & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C & \cdots & E \end{matrix} \right\| V(i) + \left\| \begin{matrix} -A & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -C & \cdots & 0 \end{matrix} \right\| V(i-1) + \\ &+ \left\| \begin{matrix} B \\ D \end{matrix} \right\| \delta u(i), \end{aligned} \tag{19}$$

или в более компактной форме:

$$V(i+1) = F_0 V(i) + F_1 V(i-1) + U\delta u(i), \tag{20}$$

где

$$F_0 = \left\| \begin{matrix} A+E & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C & \cdots & E \end{matrix} \right\|, F_1 = \left\| \begin{matrix} -A & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -C & \cdots & 0 \end{matrix} \right\|, U = \left\| \begin{matrix} B \\ D \end{matrix} \right\|. \tag{21}$$

Рассмотрим уравнения регулятора без ограничений на управляющие воздействия:

$$\begin{aligned} x^{pr} - x(i) - H_x \hat{A} \delta x(i) - H_x \hat{B} \delta u(i) = 0, \\ y^{pr} - y(i) - H_y \hat{C} \delta x(i) - H_y \hat{D} \delta u(i) = 0, \end{aligned} \tag{22}$$

где

$$H_x = \begin{Vmatrix} h_{x,1} & & & 0 \\ & h_{x,2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & h_{x,n} \end{Vmatrix} \qquad h_{x,j} = 1, 2, 3 \ldots, \tag{23}$$

$$H_y = \begin{Vmatrix} h_{y,1} & & & 0 \\ & h_{y,2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & h_{y,k} \end{Vmatrix} \qquad h_{y,j} = 1, 2, 3 \ldots, \tag{24}$$

а $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ — матрицы системы (1) используемые при расчете регулятора и отличающиеся от «истинных» матриц A, B, C, D, что позволяет оценить влияние ошибочных предположений в модели объекта управления на устойчивость системы.

Поскольку, не теряя общности, можно положить $x^{pr} = 0$, $y^{pr} = 0$, то (22) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & x(i) + H_x\hat{A}\delta x(i) + H_x\hat{B}\delta u(i) = 0, \\ & y(i) + H_y\hat{C}\delta x(i) + H_y\hat{D}\delta u(i) = 0, \end{aligned} \tag{25}$$

или

$$\begin{aligned} & x(i) + H_x\hat{A}[x(i) - x(i-1)] + H_x\hat{B}\delta u(i) = 0, \\ & y(i) + H_y\hat{C}[x(i) - x(i-1)] + H_y\hat{D}\delta u(i) = 0, \end{aligned} \tag{26}$$

или

$$\begin{aligned} & [E + H_x\hat{A}]x(i) - H_x\hat{A}x(i-1) + H_x\hat{B}\delta u(i) = 0, \\ & y(i) + H_y\hat{C}x(i) - H_y\hat{C}x(i-1) + H_y\hat{D}\delta u(i) = 0. \end{aligned} \tag{27}$$

Делая в (27) замену переменных (18), получим:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E + H_xA & \vdots & 0 \end{bmatrix} V(i) + \begin{bmatrix} -H_x\hat{A} & \vdots & 0 \end{bmatrix} V(i-1) + H_x\hat{B}\delta u(i) = 0, \\ & \begin{bmatrix} H_y\hat{C} & \vdots & E \end{bmatrix} V(i) + \begin{bmatrix} -H_y\hat{C} & \vdots & 0 \end{bmatrix} V(i-1) + H_y\hat{D}\delta u(i) = 0, \end{aligned} \tag{28}$$

или в векторно-матричной форме:

$$\begin{Vmatrix} E + H_x\hat{A} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_y\hat{C} & \cdots & E \end{Vmatrix} V(i) \quad + \quad \begin{Vmatrix} -H_x\hat{A} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -H_y\hat{C} & \cdots & 0 \end{Vmatrix} V(i-1) +$$

$$+ \quad \left\| \begin{array}{c} H_x\hat{B} \\ H_y\hat{D} \end{array} \right\| \delta u(i) = 0. \tag{29}$$

Оставим в векторно-матричном уравнении (29) m строк, соответствующих управляемым координатам объекта регулирования. Получим выражение:

$$\tilde{A}_0 V(i) + \tilde{A}_1 V(i-1) + \tilde{B}\delta u(i) = 0. \tag{30}$$

где $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1$ - матрицы размера $m \times (n+k)$, а $\tilde{B}$ - матрица размера $m \times m$. Из уравнения (30) получаем:

$$\delta u(i) = -\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_0 V(i) - \tilde{B}^{-1}\tilde{A}_1 V(i-1). \tag{31}$$

Подставив (31) в (20), получим следующую систему линейных разностных уравнений:

$$V(i+1) = \left(F_0 - U\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_0\right) V(i) + \left(F_1 - U\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_1\right) V(i-1). \tag{32}$$

Для удобства математической записи сместим временную шкалу на один отсчет и запишем уравнение (32) в виде

$$V(i+2) + \left(U\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_0 - F_0\right) V(i+1) + \left(U\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_1 - F_1\right) V(i) = 0, \tag{33}$$

или

$$A_1^* V(i) + A_0^* V(i+1) + V(i+2) = 0, \tag{34}$$

где

$$A_0^* = U\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_0 - F_0, \quad A_1^* = U\tilde{B}^{-1}\tilde{A}_1 - F_1. \tag{35}$$

Введем переменные состояния:

$$Z_1(i) = V(i), \tag{36}$$

$$Z_2(i) = A_0^* V(i) + V(i+1). \tag{37}$$

Подставим выражение (36) в уравнение (37) и заменим в этом уравнении $V(i+1)$ на переменную состояния $Z_1(i+1)$. Тогда получим

$$\begin{aligned} Z_1(i) &= V(i), \\ Z_2(i) &= A_0^* Z_1(i) + Z_1(i+1). \end{aligned} \tag{38}$$

Исходное уравнение (34) может быть теперь записано с помощью переменных Z_ν следующим образом:

$$Z_2(i+1) = -A_1^* Z_1(i). \tag{39}$$

Уравнения (38) и (39) определяют матричное уравнение состояния замкнутой системы управления:

$$\left\| \begin{array}{c} Z_1(i+1) \\ Z_2(i+1) \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} -A_0^* & E \\ -A_1^* & 0 \end{array} \right\| \times \left\| \begin{array}{c} Z_1(i) \\ Z_2(i) \end{array} \right\|. \tag{40}$$

Из выражений (31)–(34) следует, что изложенная методика позволяет преобразовать уравнения (19) и (30) в уравнения состояния только тогда, когда матрица B ($\tilde{B}$) невырождена. Однако для таких физических объектов, как газотурбинный двигатель, это, как правило, всегда выполняется. Во всяком случае, невырожденность матрицы B ($\tilde{B}$) является одним из требований к методу, которым производится построение линейной модели объекта управления.

Аналогично получаются уравнения состояния для замкнутой системы управления, в которой имеется запаздывание в выдаче управляющих воздействий на произвольное число k периодов дискретизации. При этом уравнения для ошибок регулирования (34)–(35) и уравнения объекта регулирования (20) при использовании рассматриваемой методики приводят к векторно-матричному уравнению системы управления, которое можно записать в следующем виде:

$$\begin{array}{l} V(i+k+2) + A_0^*V(i+k+1) + \ldots + A_k^*V(i+1) + A_{k+1}^*V(i) = \\ = B_0^*\delta u(i+k+1) + \ldots + B_k^*\delta u(i+1) + B_{k+1}^*\delta u(i). \end{array} \tag{41}$$

Введем переменные состояния:

$$Z_1(i) = V(i). \tag{42}$$

$$\begin{array}{l} Z_2(i) = A_0^*V(i) + V(i+1) - B_0^*\delta u(i), \\ Z_3(i) = A_1^*V(i) + A_0^*V(i+1) + V(i+2) - B_0^*\delta u(i+1) - B_1^*\delta u(i), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ Z_{k+2}(i) = A_k^*V(i) + A_{k-1}^*V(i+1) + \ldots + V(i+k+1) - \ldots \\ \qquad -B_0^*\delta u(i+k+1) - \ldots - B_{k-1}^*\delta u(i+1) - B_k^*\delta u(i). \end{array} \tag{43}$$

Определив $V(i)$ из уравнения (42), подставим полученное значение во все уравнения (43) и заменим в этих уравнениях все члены, содержащие $V(i+l)$ и $V(i+l)$, $l = 1, 2, \ldots k+2$ на переменные состояния $Z_\nu(i+1)$, $\nu = 1, 2, \ldots k+2$. Тогда получим:

$$\begin{array}{l} Z_1(i) = V(i), \\ Z_2(i) = A_0^*Z_1(i) + Z_1(i+1) - B_0^*\delta u(i), \\ Z_3(i) = A_1^*Z_1(i) + Z_2(i+1) - B_1^*\delta u(i), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ Z_{k+2}(i) = A_k^*Z_1(i) + Z_{k+1}(i+1) - B_k^*\delta u(i). \end{array} \tag{44}$$

Исходное разностное уравнение (41) может быть теперь записано с помощью переменных состояния следующим образом:

$$A^*_{k+1}Z_1(i) + Z_{k+2}(i+1) - B^*_{k+1}\delta u(i) = 0. \tag{45}$$

Уравнения (44) и (45) определяют уравнения состояния замкнутой системы управления при наличии запаздывания управляющих воздействий на k тактов временной дискретизации:

$$\left\| \begin{array}{c} Z_1(i+1) \\ Z_2(i+1) \\ Z_3(i+1) \\ \vdots \\ Z_{k+2}(i+1), \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cccccc} -A^*_0 & E & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -A^*_1 & 0 & E & 0 & \cdots & 0 \\ -A^*_2 & 0 & 0 & E & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -A^*_{k+1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right\| \times \left\| \begin{array}{c} Z_1(i) \\ Z_2(i) \\ Z_3(i) \\ \vdots \\ Z_{k+2}(i) \end{array} \right\| +$$

$$+ \left\| \begin{array}{c} B^*_0 \\ B^*_1 \\ B^*_2 \\ \vdots \\ B^*_{k+1} \end{array} \right\| \delta u(i). \tag{46}$$

Рассмотрим уравнения состояния замкнутой системы управления (40) и (46) как рекуррентное уравнение автономной динамической системы

$$Z(i+1) = A^0 Z(i), \tag{47}$$

где

$$Z = [Z_1, Z_1, \ldots, Z_{j+1}]^t\,, \tag{48}$$

$$A^0 = \left\| \begin{array}{ccccc} -A^*_0 & E & 0 & \cdots & 0 \\ -A^*_1 & 0 & E & \cdots & 0 \\ -A^*_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -A^*_j & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right\|. \tag{49}$$

Из теории устойчивости разностных уравнений известно, что решение вопроса об устойчивости системы (47) сводится к определению абсолютных величин собственных значений матрицы A^0 (для асимптотической устойчивости они должны быть меньше единицы).

Таким образом, проблема исследования устойчивости разработанного цифрового алгоритма управления свелась к исследованию собственных значений матрицы A^0.

Кроме того, выражение (47) дает возможность изучить вопрос о том, как влияют на устойчивость движения системы возможные ошибки в определении параметров ее модели, период дискретизации, различные численные методы вычисления $\dot{x}$, а также компоненты весовых матриц.

Поскольку не существует аналитической зависимости собственных значений матрицы от ее элементов, то для исследования устойчивости приходится пользоваться численными методами. Например, с помощью программных средств, реализующих операции матричной алгебры типа MATLAB.

Для практической проверки устойчивости удобнее пользоваться правилами, основанными на том, что след матрицы A^0, т. е. сумма элементов главной диагонали, равен сумме собственных значений матрицы A^0.

Необходимое и достаточное условие асимптотической устойчивости системы управления заключается в выполнении условий

$$\left(tr\left[\left(A^0\right)^k\right]\right) < n, \qquad k = 1, 2, \ldots, \tag{50}$$

где n — порядок матрицы A^0 и

$$tr\left[A^0\right] = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j. \tag{51}$$

На практике для проверки устойчивости обычно бывает достаточно небольших значений $k (k = 3 - 5)$.

Оценка качества переходных процессов в замкнутой системе управления производится по характеру изменения компонентов матрицы $(A^0)^k$. При асимптотической устойчивости все элементы этой матрицы стремятся к нулю, причем характер движения адекватен переходному процессу собственного движения системы.

Изучая характер изменения следа матрицы

$$|tr[A^0]^k| < n, \quad k = 1, 2, 3 \ldots, \tag{52}$$

можно определять влияние на качество переходных процессов любых параметров закона управления. Особенностью такого подхода к исследованию цифровой системы управления является возможность изучать в многомерном случае влияние одного контура управления на другой. Таким образом, рассмотренный численный метод анализа устойчивости многофункциональных цифровых систем управления, в том числе и многомерных, применим как на переходных так и на установившихся режимах работы. Метод позволяет качественно и количественно оценить влияние на устойчивость и качество системы управления не только ошибок в используемых моделях, но и влияние различных способов реализации закона управления.

4 Заключение

Предложен численный метод исследования устойчивости и качества переходных процессов многомерных цифровых систем автоматического управления, синтезированных как методом поконтурного разбиения, так и многосвязных. Метод основан на исследовании следа матрицы состояния автономной системы управления и применим как для установившихся, так и для переходных режимов функционирования системы. Предлагаемый алгоритм следует рассматривать как элемент системы САПР в области проектирования САУ .

Список литературы

[1] Лянцев О. Д. Метод проектирования цифровых МСАУ ГТД // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. научн. сб. Уфа: УГАТУ, 1998.

[2] Лянцев О. Д. Метод определения дискретной модели ГТД в пространстве состояний // Вопросы управления и проектирования в информационных и кибернетических системах: Межвуз. научн. сб. Уфа: Изд-во УГАТУ, 2000.