УДК 532.546; 536.421

Фильтрация жидкости при нагреве электромагнитным излучением[1]

У. Р. Ильясов, А. Л. Галеев

Стерлитамакский Государственный педагогический институт, Стерлитамак

Аннотация. Рассмотрены одномерные задачи фильтрации жидкости в пористой среде при электромагнитном воздействии сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона с учетом термического расширения жидкости и фазовых переходов. Получены аналитические решения задач, на основе которых исследовано влияние свойств системы «пористая среда — вода или пар» и параметров внешнего воздействия на гидродинамические и температурные поля.

Ключевые слова: фильтрация жидкости, пористая среда, электромагнитное излучение, автомодельное решение

1 Введение

При интенсивном тепловом воздействии в пористых средах могут реализоваться значительные давления [1, 2]. Использование энергии электромагнитного излучения позволяет осуществить более быстрый и глубокий разогрев материалов, и может использоваться для интенсификации добычи высоковязкой нефти [3], для предупреждения и удаления газогидратных отложений в скважинах и газопроводах [4], а также в других технологических процессах.

2 Основные уравнения

Для описания процессов фильтрации и теломассопереноса при СВЧ воздействии на пористую среду, насыщенную жидкостью примем следующие допущения. Температуры пористой среды и насыщающего флюида

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-01-97906)

(воды или пара) в каждой точке совпадают. Кроме того, будем полагать, что скелет пористой среды несжимаем и неподвижен, пористость постоянна. Газовая фаза (пар) и пористая среда являются прозрачными для электромагнитного излучения, в тоже время, насыщающая пористую среду жидкость полностью поглощает электромагнитное излучение, причем фазовые превращения происходят в тонком слое на границе фазовых переходов.

В рамках принятых допущений уравнение сохранения массы для воды и пара имеет вид:

$$\frac{\partial(m\rho_i)}{\partial t} + r^{-n}\frac{\partial}{\partial r}(r^n m\rho_i v_i) = 0, \qquad (1)$$

где m — пористость; $\rho_i (i = l, v, s)$ — плотности фаз; $v_i (i = l, v, s)$ — скорости фаз. Нижние индексы l, v, s здесь и в дальнейшем будут относиться соответственно к воде, пару и пористому скелету.

Для фильтрации воды и пара примем закон Дарси:

$$mv_i = -\frac{k}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial r}, \qquad (i = l, v), \qquad (2)$$

где k и μ_i — коэффициенты абсолютной проницаемости и динамической вязкости фаз.

Для пара примем уравнение Клапейрона–Менделеева, а для воды линейное уравнение состояния:

$$\rho_v = p/R_v T, \qquad \rho_l = \rho_{l_0}(1+\alpha(p-p_0)-\beta(T-T_0)), \qquad (\alpha = 1/\rho_{l_0} C_l^2), \; (3)$$

где R_v — газовая постоянная; ρ_{l_0} — истинная плотность воды; α — коэффициент сжимаемости воды, определяемый скоростью звука в воде C_l и плотностью воды; β — коэффициент теплового расширения воды. Нижний индекс «0», соответствует значениям параметров для начального невозмущенного состояния в пористой среде.

Уравнение притока тепла, пренебрегая слагаемым, связанным с баротермическим эффектом, запишем в виде:

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t} + m\rho_i c_i v_i\frac{\partial T}{\partial t} = r^{-n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n \lambda\frac{\partial T}{\partial t}\right), \qquad (4)$$

$$\rho c = m\rho_i c_i + (1-m)\rho_S c_S, \qquad \lambda = m\lambda_i + (1-m)\lambda_S, \qquad (i = l, v).$$

Здесь ρc — удельно-объемная теплоемкость системы «пористая среда — пар или вода»; c_i, $\lambda_i, (i = l, v)$ — удельная теплоемкость фаз и коэффициент теплопроводности фаз; λ — коэффициент теплопроводности системы «пористая среда — пар или вода». Поскольку на значения ρc и λ основной вклад вносят параметры скелета пористой среды, то во всей зоне фильтрации (в зоне фильтрации пара и воды) будем их полагать постоянными (ρc=const, λ=const).

Приведенные выше уравнения необходимо дополнить соотношениями на поверхности фазового перехода ($r = r_{(s)}$), которые следуют из закона сохранения массы и из условия теплового баланса:

$$\rho_l(\upsilon_l - \dot{r}_{(s)}) = \rho_v(\upsilon_v - \dot{r}_{(s)}), \tag{5}$$

$$\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\right)^+ - \left(\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\right)^- + Q = ml\rho_l(\dot{r}_{(s)} - \upsilon_l), \quad \left(\dot{r}_{(s)} = \frac{dr_{(s)}}{dt}\right),$$

где l — удельная теплота фазового перехода, Q — выделение тепла на границе фазовых превращений. Нижний индекс «(s)» соответствует значениям параметров на границе фазовых переходов. Знаки «+» и «−» соответствуют параметрам перед фронтом и за фронтом фазовых переходов. На этой поверхности температура и давление полагаются непрерывными:

$$T^- = T^+ = T_{(s)}, \quad p^- = p^+ = p_{(s)}.$$

Кроме того, на поверхности фазового перехода температура $T_{(s)}$ и давление $p_{(s)}$ связаны уравнением:

$$T_{(s)} = T_* \ln^{-1}(p_*/p_{(s)}), \tag{6}$$

где T_* и p_* — эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных.

Вследствие того, коэффициент температуропроводности обычно на много порядков ниже, чем коэффициент пьезопроводности и следовательно, волна фильтрации распространяется значительно быстрее, чем температурная волна, в зоне фильтрации пара между границей пористой среды и фронтом фазовых переходов ($0 < r < r_{(s)}$) естественно предположить условие однородности давления.

На границе пористой среды положим

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial r} = 0.$$

Это условие обосновано в [5], где впервые получено решение уравнения теплопроводности при электромагнитном нагреве сред.

3 Плоско-одномерная задача

Будем полагать, что на границе пористой среды ($r = 0$) имеется источник излучения постоянной мощности q, при этом на границе поддерживается давление $p_e (p_e \geq p_0)$. В зависимости от значений параметров q и p_e на этой границе может происходить отбор или нагнетание пара.

Начальные и граничные условия можно записать в виде:

$$p = p_0, \quad T = T_0, \quad (r > 0, t = 0), \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (r = 0, t > 0). \tag{7}$$

Уравнения тепло- и пьезопроводности запишутся в виде:

$$p = p_e, \qquad T = T_e, \qquad (0 < r < r_{(s)}), \tag{8}$$

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k}{m\mu_l}\rho_l\frac{\partial p}{\partial r}\right), \qquad \rho c\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}, \quad (r_{(s)} < r < \infty). \tag{9}$$

Будем полагать, что граница фазовых переходов движется с постоянной скоростью ($\dot{r}_{(s)} = \upsilon =$const) и будем искать автомодельное решение в виде бегущей волны. Введем безразмерные давление, температуру и автомодельную переменную:

$$P = p/p_0, \;\; \Theta = T/T_0, \;\; \tilde{\rho} = \rho_l/\rho_{l_0} = 1 + \tilde{\alpha}(P-1) - \tilde{\beta}(\Theta - 1), \;\; \xi = r - \upsilon t. \tag{10}$$

Тогда уравнения тепло- и пьезопроводности можно записать в виде:

$$P = P_e, \qquad \Theta = \Theta_e, \qquad (0 < \xi < \xi_{(s)}), \tag{11}$$

$$\frac{d^2 P}{d\xi^2} = -\frac{\upsilon}{\kappa^{(p)}}\frac{d\tilde{\rho}}{d\xi}, \qquad \frac{d^2\Theta}{d\xi^2} = -\frac{\upsilon}{\kappa^{(T)}}\frac{d\Theta}{d\xi}, \qquad (\xi_{(s)} < \xi < \infty) \tag{12}$$

Важной характеристикой процесса является количество извлекаемого пара, расход которого, а также скорость движения границы фазовых переходов можно найти из условий (12). Запишем условие баланса массы в следующем виде:

$$Q_m = m\rho_v \dot{x}_{(s)} + m\rho_l(\upsilon_l - \dot{x}_{(s)}), \tag{13}$$

где $Q_m = m\rho_v \upsilon_v$ массовый расход извлекаемого или закачиваемого пара.

Запишем условие баланса тепла (5) и выражение (13), перейдя к автомодельной переменной:

$$\begin{gathered} Q_m = m\rho_v \upsilon - m\rho_l \left(\upsilon + \kappa^{(p)} \left(\frac{dP}{d\xi} \right)^+ \right), \\ \left(\frac{d\Theta}{d\xi} \right)^+ = \tilde{q}^{(0)} - \frac{ml\rho_l}{\lambda T_0} \left(\upsilon + \kappa^{(p)} \left(\frac{dP}{d\xi} \right)^+ \right), \end{gathered} \tag{14}$$

$$\Theta_{(s)} = \Theta_* \ln^{-1}(P_*/P_{(s)}). \tag{15}$$

Безразмерные коэффициенты в уравнениях (10)–(15) имеют вид:

$$\kappa^{(p)} = \frac{kp_0}{m\mu_l}, \quad \kappa^{(T)} = \frac{\lambda}{\rho c}, \quad P_* = \frac{p_*}{p_0}, \quad \Theta_* = \frac{T_*}{T_0}, \quad \tilde{q}^{(0)} = \frac{q}{\lambda T_0}.$$

Из начальных и граничных условий (7) следует:

$$P = P_e, \quad \Theta = \Theta_e, \quad (\xi = 0), \quad P = 1, \quad \Theta = 1, \quad (\xi \to \infty). \tag{16}$$

Решения уравнений тепло- и пьезопроводности в области фильтрации жидкости можно записать в виде:

$$\begin{gathered} P = 1 + \left(P_{(s)} - 1 - \tilde{\beta} \frac{(\Theta_{(s)} - 1)}{(\tilde{\alpha} - \eta)} \right) \exp\left(-\frac{\upsilon \tilde{\alpha}}{\kappa^{(p)}} \xi \right) + \tilde{\beta} \frac{(\Theta_{(s)} - 1)}{(\tilde{\alpha} - \eta)} \exp\left(-\frac{\upsilon}{\kappa^{(T)}} \xi \right), \\ \Theta = 1 + (\Theta_{(s)} - 1) \exp\left(-\frac{\upsilon}{\kappa^{(T)}} \xi \right), \quad \eta = \frac{\kappa^{(p)}}{\kappa^{(T)}}. \end{gathered} \tag{17}$$

Подставляя решения уравнений тепло- и пьезопроводности в условия (14), получим выражения для определения массового расхода пара и скорости фильтрации границы фазовых переходов:

$$\begin{gathered} Q_m = m\upsilon(\rho_v + \rho_l(\tilde{\rho}_l - 2)), \ \upsilon = \frac{q}{\rho c(T_{(s)} - T_0) + ml\rho_l(2 - \tilde{\rho}_l)}, \\ (\tilde{\rho}_l = \rho_l/\rho_{l_0}). \end{gathered} \tag{18}$$

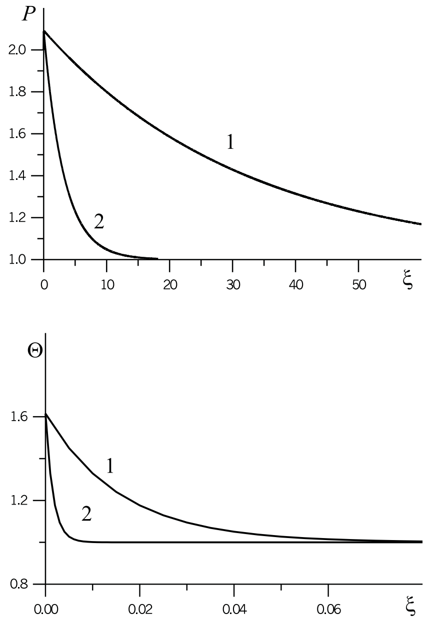

Рис. 1: Структура зоны фильтрации перед границей фазовых переходов при различной мощности источника излучения. Линия 1: $q = 10^4$ Вт/м, линия 2: $q = 10^5$ Вт/м

На Рис. 1. представлена структура зоны фильтрации и теплопереноса перед границей фазовых переходов при различной мощности СВЧ излучения. Здесь линии 1 и 2 соответствуют мощности излучения 10^4 и 10^5 Вт/м. Для параметров, определяющих исходное состояние насыщенной пористой среды, приняты следующие значения: $p_0 = 1$ МПа, $T_0 = 300$ К, $k = 10^{-16}$ м^2; давление, поддерживаемое на границе пористой среды $p_e = 2$ МПа. Из Рис. 1. видно, что при большей мощности излучения (линия 2) характерная глубина проникновения фильтрационной и температурной волны перед фронтом испарения меньше, чем при более слабом источнике излучения (линия 1). Это связано с тем, что при более мощном источнике процесс испарения пластовой воды происходит более интенсивно и граница фазовых переходов движется с большей скоростью, $\upsilon_1 = 1.4 \cdot 10^{-5}$ м/с и $\upsilon_2 = 1.4 \cdot 10^{-4}$ м/с, при этом для массового расхода пара имеем: $q_{m1} = 2.7 \cdot 10^{-3}$ кг/м^{2}с и $q_{m2} = 2.7 \cdot 10^{-2}$ кг/м^{2}с.

Зависимости количества получаемого пара q_m и скорости движения границы фазовых переходов υ от давления на границе пористой среды p_e при различной мощности СВЧ излучения показана на Рис. 2. для

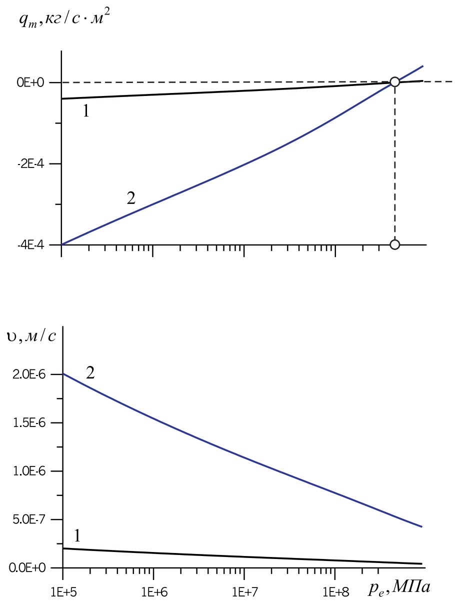

Рис. 2: Зависимость количества извлекаемого пара и скорости фильтрации границы фазового перехода от давления на границе пористой среды. Линия 1: $q = 10^2$ Вт/м, линия 2: $q = 10^3$ Вт/м

высокопроницаемой пористой среды $k = 10^{-12}$ м^2. Исходные параметры пористой среды: $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 300$ K. Линии 1 и 2 соответствуют мощности излучения 10^2 и 10^3 Вт/м^2. Из Рис. 2. видно, что при значении давления на границе пласта $p_e \approx 400$ МПа, независимо от мощности излучения, массовый расход пара через границу пористой среды становится равным нулю, что соответствует случаю непроницаемой границы. При дальнейшем увеличении граничного давления будет происходить нагнетание пара в пористую среду.

4 Радиально-симметричная задача

Будем полагать, что пористая среда облучается через непроницаемую для воды или пара границу. В этом случае начальные и граничные условия можно записать в виде:

$$p = p_0, \;\; T = T_0, \;\; (r > 0, \, t = 0), \;\; q_m = 0, \;\; \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \;\; (r \to 0, \, t > 0), \qquad (19)$$

где q_m — массовый расход через границу среды.

В рамках такой постановки задача также является автомодельной. Введем автомодельную переменную и безразмерные параметры:

$$P = p/p_0,\ \ \Theta = T/T_0,\ \ \tilde{\rho} = \rho_l/\rho_{l_0} = 1 + \tilde{\alpha}(P-1) - \tilde{\beta}(\Theta - 1),$$
$$\xi = r/2\sqrt{\kappa^{(T)}t},\ \ (\kappa^{(T)} = \lambda/\rho c). \tag{20}$$

Тогда уравнения тепло- и пьезопроводности можно записать в виде:

$$P = P_e, \qquad \Theta = \Theta_e, \qquad (0 < \xi < \xi_{(s)}), \tag{21}$$

$$\eta\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\tilde{\rho}\frac{dP}{d\xi}\right) = -2\xi\frac{d\tilde{\rho}}{d\xi},\ \ \frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{d\Theta}{d\xi}\right) = -2\xi\frac{d\Theta}{d\xi},\ \ (\xi_{(s)} < \xi < \infty). \tag{22}$$

При этом на границе фазовых переходов ($\xi = \xi_{(s)}$) имеем:

$$\left(\frac{dP}{d\xi}\right)^+ = -\frac{2\xi_{(s)}}{\eta}(1 - \tilde{\rho}_{(s)}), \qquad \left(\frac{d\Theta}{d\xi}\right)^+ = -\left(\frac{\tilde{q}^{(1)}}{\xi_{(s)}} - 2\xi_{(s)}\frac{m\tilde{\rho}_l\tilde{\rho}_{(s)}}{Ja}\right), \tag{23}$$

здесь $\eta = \kappa^{(p)}/\kappa^{(T)}$, $\quad \tilde{q}^{(1)} = q/2\pi\lambda T_0$, $\quad \tilde{\rho}_{(s)} = \rho_{v(s)}/\rho_l$, $\quad \tilde{\rho}_l = \rho_l/\rho$.

Из начальных и граничных условий (7) следует:

$$P = P_{(s)}, \quad \Theta = \Theta_{(s)}, \quad (\xi \to 0), \quad P = 1, \quad \Theta = 1, \quad (\xi \to \infty). \tag{24}$$

Решение системы (22) можно записать в виде:

$$P = 1 + \left(P_{(s)} - 1 - \frac{\psi}{2}\frac{(\Theta_{(s)} - 1)}{(\varphi - 1)}\right)\frac{\int\limits_{\xi}^{\infty}\xi^{-n}\exp(-\varphi\xi^2)d\xi}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\xi^{-n}\exp(-\varphi\xi^2)d\xi} +$$
$$+\frac{\psi}{2}\frac{(\Theta_{(s)} - 1)}{(\varphi - 1)}\frac{\int\limits_{\xi}^{\infty}\xi^{-n}\exp(-\xi^2)d\xi}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\xi^{-n}\exp(-\xi^2)d\xi}, \tag{25}$$

$$\Theta = 1 + (\Theta_{(s)} - 1)\frac{\int\limits_{\xi}^{\infty}\xi^{-n}\exp(-\xi^2)d\xi}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\xi^{-n}\exp(-\xi^2)d\xi}, \quad \varphi = \frac{\tilde{\alpha}}{\eta}, \quad \psi = \frac{\tilde{\beta}}{\eta}.$$

Подставляя решения (25) в условия (23) получим уравнения для определения $P_{(s)}$, $\Theta_{(s)}$, $\xi_{(s)}$.

$$\left(P_{(s)} - 1 - \frac{\psi}{2}\frac{(\Theta_{(s)}-1)}{(\varphi-1)}\right)\frac{\exp\left(-\varphi\xi_{(s)}^2\right)}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\xi^{-1}\exp(-\varphi\xi^2)d\xi} +$$

$$+\frac{\psi}{2}\frac{(\Theta_{(s)}-1)}{(\varphi-1)}\frac{\exp(-\xi_{(s)}^2)}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\xi^{-1}\exp(-\xi^2)d\xi} = \frac{2\xi_{(s)}^2}{\eta}(1-\tilde{\rho}_{(s)}), \qquad (26)$$

$$\frac{(\Theta_{(s)}-1)\exp(-\xi_{(s)}^2)}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\xi^{-1}\exp(-\xi^2)d\xi} - \tilde{q}^{(1)} = -2\xi_{(s)}^2\frac{m\tilde{\rho}_l\tilde{\rho}_{(s)}}{Ja}.$$

На Рис. 3. приведено сравнение профилей давления и температуры в слабопроницаемой пористой среде ($k = 10^{-14}$ м^2), соответствующих случаю СВЧ источника излучения (сплошные линии) и теплового источника на границе пористой среды (штриховые линии) [3], насыщенной жидкостью с температурой $T_0 = 300$ K и при давлении $p_0 = 0.1$ МПа. Мощность теплового и СВЧ источника $q = 10^4$ Вт/м. Как видно из Рис. 3. в случае воздействия на пористую среду источником СВЧ излучения происходит значительная интенсификация процессов фильтрации. Это связано с тем, что по данным [3], в случае теплового источника на границе среды значительная часть подводимой энергии расходуется на перегрев ближней зоны, насыщенной паром. В случае СВЧ источника на границе пласта, основная часть излучаемой энергии расходуется на фазовые переходы, при этом в пористой среде реализуются гораздо большие значения давления.

Сравнение зависимостей автомодельных координат границы фазовых переходов и давлений на этих границах от мощности источника приведено ни Рис. 4. Сплошные линии соответствуют случаю источника СВЧ излучения, штриховые - тепловому источнику. Линии 1, 2 и 3 на Рис. 4. соответствуют различным исходным давлениям в пористой среде $p_0 = 0.1$, 1.0 и 10 МПа.

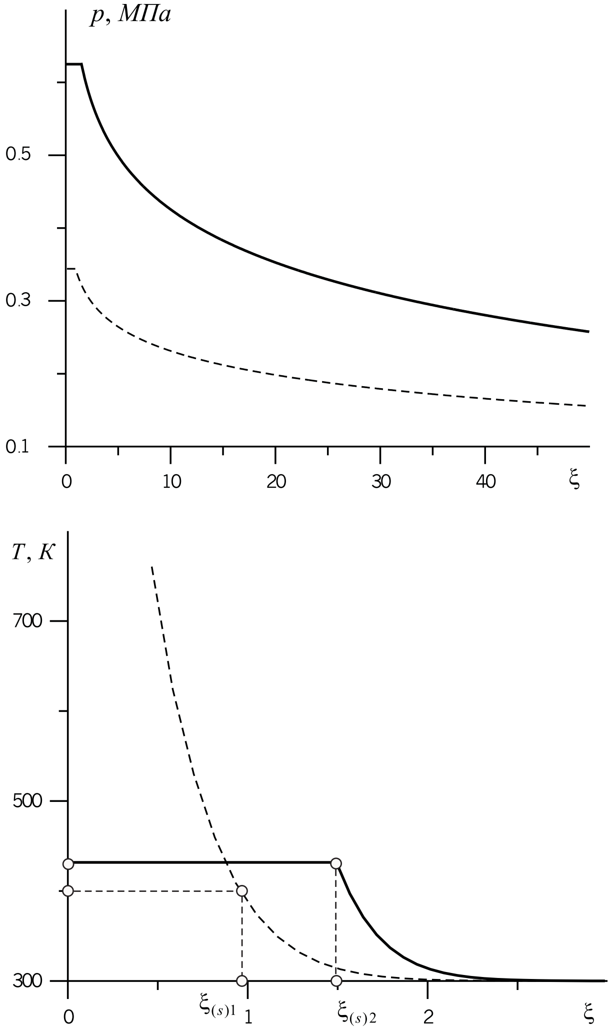

Рис. 3: Профили давления и температуры в случае теплового источника (штриховые линии) и источника СВЧ-излучения (сплошные линии)

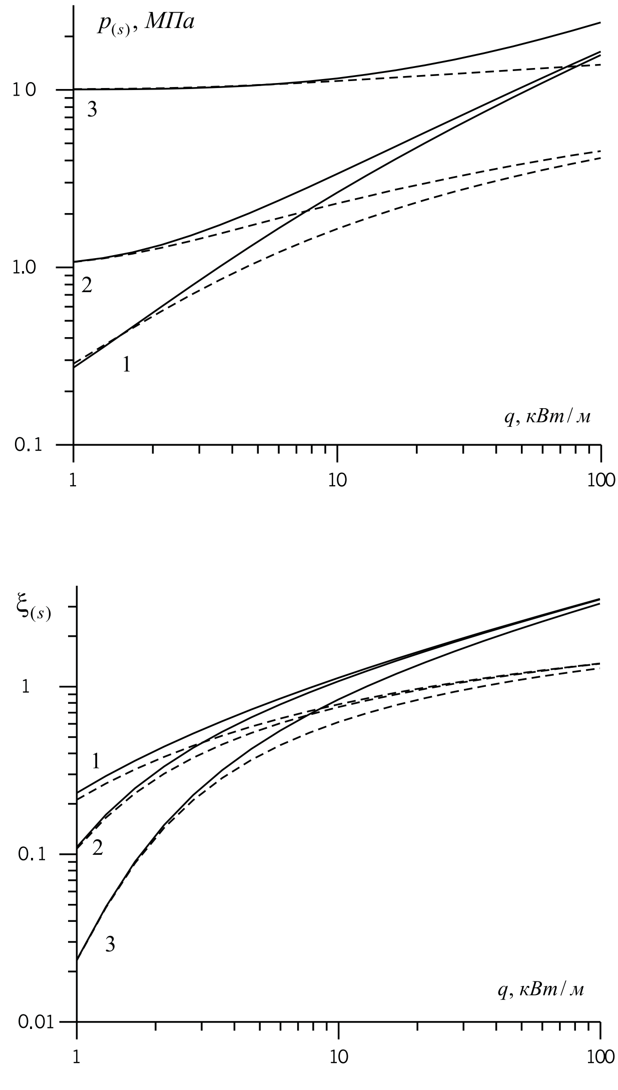

Рис. 4: ависимости автомодельных границ фазовых переходов и давления на этой границе от мощности теплового и СВЧ источника. Сплошные (штриховые) линии источник СВЧ (тепловой источник). Линия 1: $p_0 = 0.1$ МПа, линия 2: $p_0 = 1.0$ МПа, линия 3: $p_0 = 10$ МПа

5 Заключение

На основе анализа решений задачи о СВЧ воздействии на пористую среду, насыщенную жидкостью показано, что непроницаемость границы среды в случае плоско-одномерной задачи может привести к значительному повышению давления в пористой среде. Показано, что по сравнению с термическим воздействием [3], в случае СВЧ источника происходит значительная интенсификация фильтрационных процессов. Это связано с тем, что при СВЧ воздействии основная часть подводимой энергии расходуется на фазовые переходы, при этом не происходит перегрева зоны, насыщенной паром.

Список литературы

[1] Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Насырова Л. А. «Тепловой удар» в пористой среде, насыщенной газогидратом // ДАН. 1999. Т. 366, № 3.

[2] Ильясов У. Р. Тепловой удар в пористой среде, насыщенной жидкостью // Сб. тезисов ВНКСФ-8. Екатеринбург. 2002. С. 188–190.

[3] Хабибуллин И. Л. Нелинейные эффекты при нагреве сред электромагнитным излучением // ИФЖ. 2000. Т. 73, № 4. С. 832–838.

[4] Саяхов Ф. Л., Фатыхов М. А., Хабибуллин И. Л. О применении электромагнитной энергии для предупреждения и ликвидации гидратных отложений при добыче нефти и газа // В сб. «Нефть и газ Западной Сибири». Тез. докл. обл. научной-техн. конференции. Тюмень, 28-29 октября 1987 г. Тюмень, 1987. С. 99.

[5] Карслоу Г.С., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.