



УДК 533.6.013.42:518.12

# ПОСАДКА СПУСКАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ С ЗАМКНУТЫМ СФЕРООБРАЗНЫМ ПНЕВМОАМОРТИЗАТОРОМ

*С. С. Комаров, Н. И. Мискактин, Н. Ю. Цвилленева*

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

**Аннотация.** Рассматривается посадка спускаемого объекта с замкнутым пневмоамортизатором. Строится математическая модель посадки системы «объект–пневмоамортизатор». Нелинейные граничные условия в заделке пневмоамортизатора на корпусе спускаемого объекта и в зоне контактного взаимодействия с экраном вводятся в виде силовых членов в уравнения движения системы «объект–пневмоамортизатор».

**Ключевые слова:** пневмоамортизатор, посадка, спускаемый объект, упругая деформация, экран

---

## 1 Введение

В последнее время широкое применение в авиационной и космической технике нашли конструкции из мягких оболочек различной раскройной формы (парашюты, дирижабли и т.п.).

Мягкооболочечные конструкции используются также в качестве посадочных устройств (ПУ) для возвращаемых космических станций и фрагментов носителей.

Как правило, при проектировании посадочных устройств спускаемых объектов (СО) отсутствуют данные о скорости ветра и о характеристиках грунта планеты; поэтому применяются устройства со всенаправленной амортизацией («Луна – 16, 20», «Венера – 4, 8», марсианские станции США), которые выполнены в виде сферообразных оболочек [1].

В работах [2, 3] авторами предложен численный алгоритм расчета упругой деформации конусообразных пневмоамортизаторов, в котором поверхность пневмоконтрукции представляется в виде ортогональной

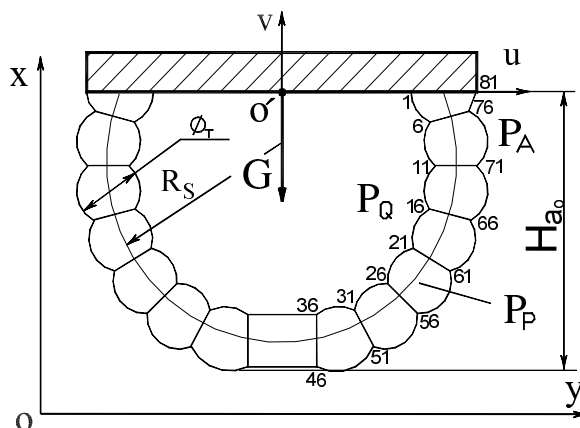


Рис. 1: Системы координат, принятые при построении модели

сетки расчетных элементов. Описание напряженно-деформированного состояния (НДС) осуществляется через тангенциальные натяжения, а механические свойства применяемых тканых материалов описываются погонными модулями упругости.

## 2 Математическая модель посадки спускаемого объекта

Рассматривается посадка спускаемого объекта со сферообразным всенаправленным пневмоамортизатором (ПА).

Движение спускаемого объекта описывается в неподвижной системе координат  $OXY$ , движение элементов оболочки ПА описывается в подвижной системе координат  $OUV$ , связанной с жестким корпусом спускаемого объекта (Рис. 1).

Математическая модель посадки  $CO$  с  $ПУ$  описывает движение материальной системы, состоящей из объекта и пневмоконструкции (ПК) амортизатора, связанных между собой нелинейными упругими связями.

Математическая модель посадки системы «объект — сферообразный амортизатор» включает уравнения движения объекта, уравнения упругой деформации ПА и уравнения массообмена (Рис. 2).

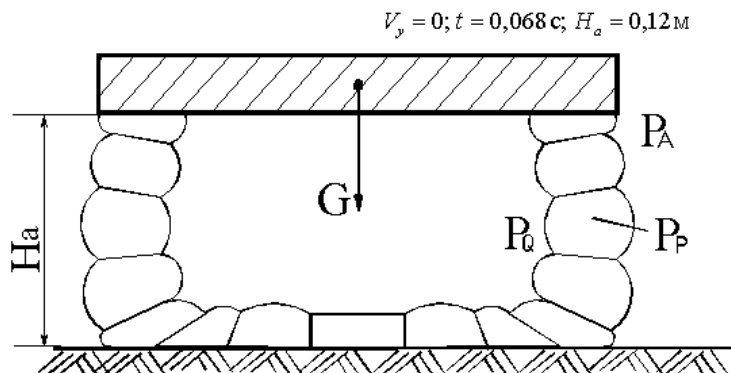


Рис. 2: Формообразование замкнутого сферообразного пневмоамортизатора

2.1. Уравнения движения объекта имеют вид:

$$\begin{aligned} m_0 (\dot{V}_0 + \bar{\omega} \times \bar{V}_0) &= m_0 g + R_p + R_c, \\ J_0 (\dot{\omega}) + (\bar{\omega} \times J_0 \bar{\omega}_0) &= M_p + M_c, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m_0$  — масса объекта,  $J_0$  — тензор инерции объекта относительно центра масс,  $V_0$  — вектор абсолютной скорости объекта,  $\omega$  — вектор угловой скорости объекта,  $R_p$ ,  $M_p$  — силы и моменты сил давления,  $R_c$ ,  $M_c$  — результирующая сила реакции ПК и создаваемый ею момент.

2.2. Уравнения движения пневмоамортизатора записывается в виде системы дифференциальных уравнений движения элементов оболочки. Пневмоконструкция разбивается в пространстве набором  $N \times m$  элементов, в центре которых сосредоточены их массы. Элементы связаны между собой упругими и демпфирующими силами — аналогами реальных усилий, реализуемых при работе пневмоконструкции:

$$\begin{aligned} m_{ij} (\ddot{u}_{ij} + \ddot{x}) + C_a (\dot{u}_{ij} + \dot{x}) + C_r (2\dot{u}_{ij} - \dot{u}_{ij-1} - \dot{u}_{ij+1}) &= F_{u_{ij}}(u, v), \\ m_{ij} (\ddot{v}_{ij} + \ddot{y} + g) + C_a (\dot{v}_{ij} + \dot{y}) + C_r (2\dot{v}_{ij} - \dot{v}_{ij-1} - \dot{v}_{ij+1}) &= \\ = F_{v_{ij}}(u, v), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\ddot{u}_{ij}$ ,  $\ddot{v}_{ij}$ ,  $\dot{u}_{ij}$ ,  $\dot{v}_{ij}$  — соответственно проекции ускорений и скоростей  $j$ -го элемента  $m$ -сечения ПА в системе координат OUV;  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  — проекции ускорения и скорости спускаемого объекта в системе координат

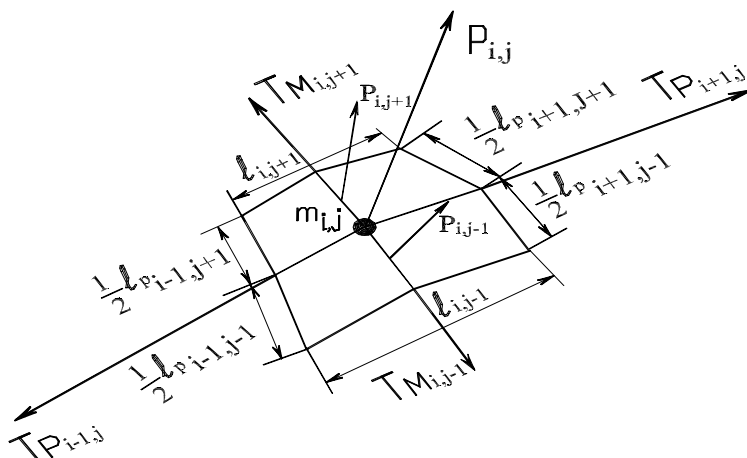


Рис. 3: Равновесие элемента мягкой оболочки.

ОХУ, причем ось ОУ совпадает по направлению с осью ОV;  $C_a$  — коэффициент демпфирования по абсолютной скорости элементов,  $C_r$  — коэффициент демпфирования по скорости соседних элементов каркаса друг относительно друга, который вводится для исключения высокочастотных осцилляций элементов расчетной сетки (коэффициент диссипации энергии в ткани);  $m_{ij}$  — масса выделенного элемента мягкой оболочки ПА (Рис. 3), причем  $m_{ij} = \frac{M}{N}$ , где  $M$  — масса пневмоконтрукции;  $N$  — число элементов.

В случае осесимметричного нагружения, реализуемого при вертикальном снижении объекта на ровную горизонтальную поверхность, задача сводится к осесимметричной.

Система уравнений (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} m_j \ddot{u}_j + C_a (2\dot{u}_j - \dot{u}_{j-1} - \dot{u}_{j+1}) &= F_{u_j}(u, v), \\ m_j (\ddot{v}_j + \ddot{y} + g) + C_a (\dot{v}_j + \dot{y}) + C_r (2\dot{v}_j - \dot{v}_{j-1} - \dot{v}_{j+1}) &= F_{v_j}(u, v). \end{aligned} \quad (3)$$

Проекции суммарных сил, действующих между элементами  $i, j$  равны:

$$\begin{aligned} F_{u_{ij}}(u, v) &= K_{u_{ij}}(u, v) + R_{u_{ij}}(u, v), \\ F_{v_{ij}}(u, v) &= K_{v_{ij}}(u, v) + R_{v_{ij}}(u, v), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $K_{\xi_{ij}}(u, v)$  — система упругих сил, возникающих в конструкции при деформации под действием внешних сил;  $R_{\xi_{ij}}(u, v)$  — система внешних сил.

Проекции сил, действующих в узлах  $i, j$  в общем случае имеют вид:

$$F_{\xi_{i,j}} = TM_{\xi_{i,j+1}} + TM_{\xi_{i,j-1}} + TP_{\xi_{i,j+1}} + TP_{\xi_{i,j-1}} + TS_{\xi_{i,j_k}} + P_{\xi_{i,j}} + FN_{\xi_{i,j}} + TB_{\xi_{i,j}}, \quad (5)$$

где  $\xi$  — обобщенная координата ( $\xi \Rightarrow u, v$ );  $TM_{\xi_{i,j+1}}, TM_{\xi_{i,j-1}}$  — проекции результирующих меридиональных сил натяжения, действующих на  $i, j$ -й элемент со стороны  $i, j + 1$ -го и  $i, j - 1$ -го элемента;  $TP_{\xi_{i+1,j}}, TP_{\xi_{i-1,j}}$  — проекции широтных сил, действующих на  $i, j$ -ю точку со стороны  $i + 1, j$ -го и  $i - 1, j$ -го широтных отрезков;  $FN_{\xi_{i,j}}$  — нормальная сила при взаимодействии участка поверхности с  $j$ -й точкой с опорной поверхностью;  $TB_{\xi_{i,j}}$  — штрафующие силы при взаимном проникновении элементов ПК.

Широтные и меридиональные силы определяются по соответствующим погонным усилиям (см. Рис. 3):

$$\begin{aligned} TM_{\xi_{i,j+1}} &= \frac{1}{2}tM_{\xi_{i,j+1}} \left( l_{P_{i+1,j+1}} + l_{P_{i-1,j+1}} \right), \\ TM_{\xi_{i,j-1}} &= \frac{1}{2}tM_{\xi_{i,j-1}} \left( l_{P_{i+1,j-1}} + l_{P_{i-1,j-1}} \right), \\ TP_{\xi_{i+1,j}} &= \frac{1}{2}tP_{\xi_{i+1,j}} \left( l_{i+1,j+1} + l_{i+1,j-1} \right), \\ TP_{\xi_{i-1,j}} &= \frac{1}{2}tP_{\xi_{i-1,j}} \left( l_{i-1,j+1} + l_{i-1,j-1} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Силы  $TS_{i,j_k}$ , развивающиеся на диафрагмах в радиальном направлении, вычисляются по погонным усилиям:

$$TS_{\xi_{i,j_k}} = \frac{1}{2}tS_{\xi_{i,j_k}} \left( l_{P_{i,j_k}} + l_{P_{i,j_l}} \right). \quad (7)$$

Для моделирования взаимодействия ПК с посадочной поверхностью вводится нормальная сила  $FN$ , действующая на точки контактирующего участка ПА. Она задается в виде функции 5-го порядка от величины «проникновения» элемента в опорную поверхность (Рис. 4(a)).

$$FN_{\xi_{i,j}} = \begin{cases} 0 & \text{при } \xi_{i,j} \geq \xi_k, \\ \xi_{i,j}^5 - \phi_{v_{i,j}} & \text{при } \xi_{i,j} < \xi_k, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\phi_{v_{i,j}} = 0, 1$  ( $\dot{\xi}_{i,j} + \dot{y}$ ) — демпфирующая сила;  $\xi_k$  — координата, характеризующая расстояние до посадочной поверхности в подвижной системе координат, связанной с телом.

Силы давления  $P_{i,j}$ , приложенные в узлах сетки  $i, j$ , могут быть представлены как результирующие силы давления  $P$ , действующей на элемент, охватывающий  $i, j$ -й отрезок (Рис. 4(б)), каждая из которых делится пополам и считается приложенной на концах отрезков:

$$\begin{aligned} P_{i,j+1} &= \frac{1}{2}\Delta p \left( l_{P_{i+1,j+1}} + l_{P_{i-1,j+1}} \right) l_{i,j+1}, \\ P_{i,j-1} &= \frac{1}{2}\Delta p \left( l_{P_{i+1,j-1}} + l_{P_{i-1,j-1}} \right) l_{i,j-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

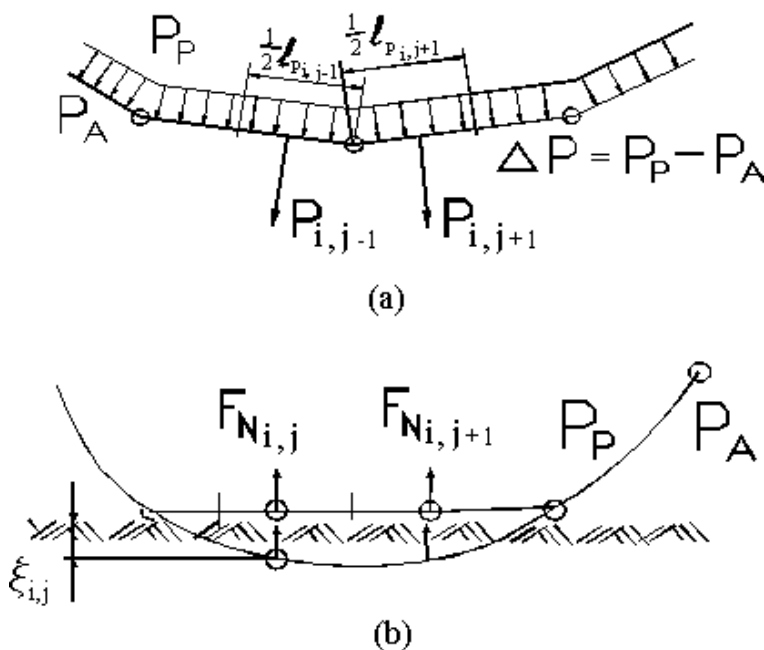


Рис. 4: Силы взаимодействия пневмоконструкции с экраном

где  $P_{i,j+1}$ ,  $P_{i,j-1}$  — силы давления, действующие на  $i, j$ -й элемент со стороны  $j + 1$ -го и  $j - 1$ -го элементов;  $\Delta p$  — перепад давления, причем

$$\Delta p = \begin{cases} P_p - P_Q & \text{для элементов внутренней стенки,} \\ P_p & \text{для элементов внешней стенки} \end{cases}$$

где  $P_p$  — давление в пневмоконструкции;  $P_Q$  — давление в сферообразной оболочке.

Проекция суммарной силы давления, приложенной в  $j$ -й точке, определяются как

$$P_{\xi_{i,j}} = P_{\xi_{i,j+1}} + P_{\xi_{i,j-1}}. \quad (10)$$

Силы натяжения могут быть связаны с перемещениями узлов сетки любым законом. В данной работе принят закон Гука:

$$T_j = E_j \varepsilon_j, \quad (11)$$

где  $E_j$  — модуль упругости  $i$ -го элемента сетки;  $\varepsilon_j$  — относительное удлинение  $j$ -го элемента сетки.

2.3. Уравнения массообмена для любой секции ПА имеет вид:

$$\frac{d}{dt}(\rho_i w_i) = Q_{\text{ВХ}} - Q_{\text{ВЫХ}} = \sum_{j=1}^n Q_{ij}. \quad (12)$$

При адиабатическом процессе изменения состояния рабочего тела связь параметров выражается в виде:  $\rho_i/\rho_a = (\rho_i/\rho_a)^{1/\gamma} = (T_i/T_a)^{1/\gamma} - 1$ .

Изменение давления рабочего тела в отсеках ПК на каждом шаге интегрирования системы (7) определяется в виде:

$$P_i = \frac{\gamma P_i \left( Q_{\text{ВХ}_i} - Q_{\text{ВЫХ}_i} - \rho \frac{dW_i}{dt} \right)}{\rho W_i}, \quad (13)$$

где  $i$  — номер отсека;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $Q_{\text{ВХ}_i}$ ,  $Q_{\text{ВЫХ}_i}$  — расходы рабочего тела, входящего и выходящего в  $i$ -й отсек ПК;  $\rho$  — плотность рабочего тела;  $W_i$  — объем  $i$ -го отсека.

Описанная выше расчетная сетка накладывается на пневмокаркас конструкции в предположении, что его начальная и раскройная формы совпадают. Узловым точкам присваиваются значения  $u_{0i,j}$ ,  $v_{0i,j}$ , полученные из вычислительной программы генерации формы на основе теоретического чертежа пневмоамортизатора [2].

Шаг по времени для расчета НДС ПК при динамическом нагружении определяется из условия Куранта [2], т.е. шаг прямо пропорционален линейному размеру элемента сетки и обратно пропорционален квадратному корню из погонного модуля упругости материала оболочки.

Проведенные ранее [4] исследования зависимости устойчивости решения задачи статики для одноярусной торовой ПК от числа разбиений при формировании расчетной сети показало, что устойчивое решение задачи обеспечивается при числе разбиений  $N \geq 20 \dots 90$ . Для рассматриваемой пневмоконструкции расчет велся для 70 элементов.

Изменения давления в каркасе ПА  $\Delta P_p$  и внутри сферы  $\Delta P_Q$  за время  $\Delta t$  вычисляются по формулам:

$$\Delta P_p = \frac{\left( Q_{QA} - Q_{PA} - Q_{PQ} - \rho \dot{W}_P \right) \gamma P_{P_0}}{\rho W_P} \Delta t, \quad (14)$$

$$\Delta P_Q = \frac{\left( Q_{PQ} - Q_{QA} - \rho \dot{W}_Q \right) \gamma P_{Q_0}}{\rho W_Q} \Delta t, \quad (15)$$

где  $P_{p_0}$  и  $P_{Q_0}$  — соответственно давления в пневмокаркасе ПА и внутри сферической полости,  $Q_{QA}$ ,  $Q_{PA}$ ,  $Q_{PQ}$  — величины расходов из

сферической полости в атмосферу, из пневмокаркаса ПА в атмосферу и в полость соответственно. В данной задаче сферообразная оболочка считается замкнутой  $Q_{QA}, Q_{PA}, Q_{PQ} = 0$ .

Объемы сферы  $W_Q$  и пневмокаркаса амортизатора  $W_P$  определяются следующим образом:

$$W_Q = \frac{\pi}{3} \sum_{i=1}^{id1} (x_j^2 + x_{j-1}^2 + x_j + x_{j-1}) (y_{j-1} + y_j), \quad (16)$$

$$W_P = \frac{\pi}{3} \sum_{i=id2}^N (x_j^2 + x_{j-1}^2 + x_j + x_{j-1}) (y_{j-1} + y_j) - W_Q, \quad (17)$$

где 1,  $id1$  — номера элементов внутренней стенки пневмокаркаса ПА;  $id2$ ,  $N$  — номера элементов внешней стенки.

### 3 Описание граничных условий

Особую сложность при решении задачи динамики формообразования ПА исследуемой конструкции представляет описание граничных условий в областях крепления ПК к корпусу СО, в зонах взаимодействия с посадочной поверхностью, а также на отдельных участках взаимодействия ПК между собой, что наблюдается при больших деформациях.

На оболочку ПА налагаются следующие граничные условия:

— на крепление ПА к СО:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0, \quad y_{81} = y_0, \quad \dot{y}_1 = v_{0y}, \quad \dot{y}_{81} = v_{0y}, \\ v_1 &= 0, \quad v_{81} = 0, \quad \dot{v}_1 = 0, \quad \dot{v}_{81} = 0, \\ x_1 &= x_{01}, \quad x_{81} = x_{081}, \quad \dot{x}_1 = x_0, \quad \dot{x}_{81} = x_0; \\ u_1 &= x_{01}, \quad u_{81} = x_{081}, \quad \dot{u}_1 = 0, \quad \dot{u}_{81} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

— на нижние точки внутренней и внешней оболочки сферы:

$$u_{36} = u_{36}^0, \quad u_{46} = u_{46}^0. \quad (19)$$

Граничные условия заданы так, что нижние точки могут двигаться только вертикально на выбранном расстоянии от центральной оси и соединены с круговыми мембранами, это позволяет избежать особенностей по широтным натяжениям, которые возникают на поверхности куполообразных осесимметричных оболочках [2], (на Рис. 1 в точках  $j = 36$  и  $j = 46$ ).



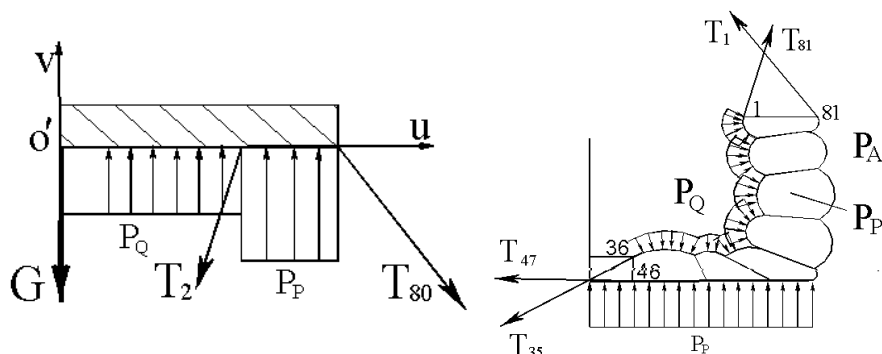


Рис. 5: Схема передачи упругих сил с ПА на корпус спускаемого объекта при посадке

При учете взаимодействия участков ПК между собой принимается допущение об отсутствии взаимного влияния соседних меридиональных сечений. Для учета взаимодействия участков ПК в меридиональном направлении используется проверка всех элементов расчетной сетки в радиальном сечении на непроникновение через каждый из элементов сети, описанная в [4]. При этом для каждого элемента вводится локальная система координат  $O_1X/Y/$  и характерный параметр  $\tilde{E}$ , ограничивающий расстояние, на которое точка может приблизиться к отрезку.

При невыполнении условий на элемент по нормали действует некоторая штрафующая сила  $T_b$ , которая выталкивает точку за пределы отрезка. Поскольку для решения системы дифференциальных уравнений (1)–(3) используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка, исходя из условия непрерывности четырех производных, штрафующая сила  $T_b$  задается как функция пятого порядка от величины относительного проникновения элемента.

$$T_b = A \left| \frac{y'_t - \tilde{E}}{2\tilde{E}} \right| \quad \text{при } |y'_t| < \tilde{E},$$

$$T_b = 0 \quad \text{при } |y'_t| > \tilde{E}.$$
(20)

Величина  $\tilde{E}$  и коэффициент  $A$  подбираются из численного эксперимента так, чтобы исключить случаи проникновения элемента сквозь отрезок.

Решение задачи динамики формообразования ПК позволяет определить упругие силы, передающиеся на корпус спускаемого объекта

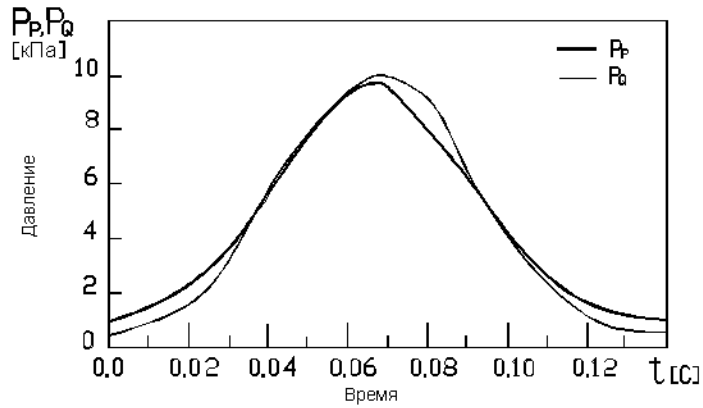


Рис. 6: Распределение давлений в пневмокассе и внутри оболочки при посадке объекта

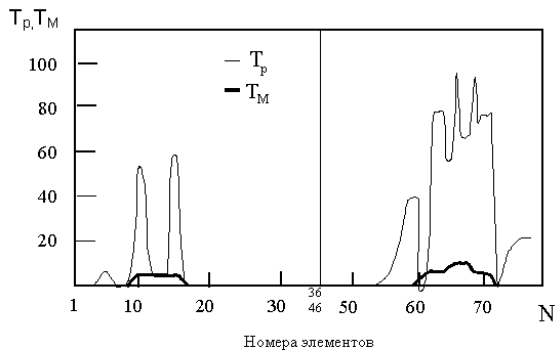


Рис. 7: Эпюры распределения натяжений в ПА при посадке

(Рис. 5). Они находятся из следующих соотношений:

$$F_{0_{i_v}} = T_{1_{i_v}} + T_{N-1_{i_v}} + \sum_{i=1}^n \bar{T} s_{N-1_{i_v}} + \sum_{j=k1}^{k2} \bar{R}_{i,j_v} + \bar{R}_{P_{i_v}}, \quad (21)$$

где  $\bar{R}_{P_{i_v}} = P_p \pi (u_{N-1}^2 - u_1^2)$  — силы давления от ПК,  $u_1, u_{N-1}, v_1, v_{N-1}$  — абсциссы и ординаты элементов крепления ПА в связанной системе координат;  $\bar{T}_1$  — вектор погонных сил натяжения в точке  $N - 1$ ;  $\bar{T} s_{N-1}$  — вектор силы натяжения  $i$ -й диафрагмы-стяжки, соприкасающейся с жестким корпусом;  $\bar{R}_j$  — контактная сила давления, приложенная в точках поверхности ПА, прилегающих к жесткому корпусу объекта;  $\bar{R}_p$  — сила давления в ПА, приложенная к объекту.

Определение НДС ПА в общем случае усложняется не только трудностями вычисления газодинамических нагрузок, но и быстрым формоизменением деформируемого пневмокаркаса, что приводит к соответствующим перераспределениям напряжений в элементах конструкции, достигающим больших величин, и возникновению двухосных, одноосных и ненапряженных зон. Предложенная численная модель позволяет решить эту задачу для случая посадки СО со сферообразным ПУ с начальной поступательной скоростью  $V_0$  на горизонтальную поверхность.

Система уравнений (1)–(3) с учетом граничных условий (18)–(19) решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка. В качестве начальной формы ПК принимается равновесная форма при  $P_Q = P_{Q_0}$  и  $P_p = P_{p_0}$ .

## 4 Пример

В качестве примера программной реализации описанного алгоритма, приводятся результаты исследования посадки СО массой  $m_0 = 60$  кг, с вертикальной скоростью  $V_y = 2$  м/с, снабженного сферообразным пневмокаркасным ПУ, который имеет размеры  $R_s = 0,101$  м,  $N_a = 0,22$  м и нагружен давлением  $P_{p_0} = 10$  кПа и  $P_{Q_0} = 5$  кПа при полном гашении скорости; давление в каркасе, становится равным  $P_{p_{max}} = 99,4$  кПа,  $P_{Q_{max}} = 102$  кПа. Максимальная перегрузка, развиваемая при посадке объекта,  $N_{y_{max}} = 7,9$ .

Характер изменения давления в полостях сферообразной оболочки, отражает закон изменения давления в замкнутых полостях. Совпадение величины давлений, до и после обжатия (Рис. 6), подтверждает достоверность численного алгоритма расчета деформации и подтверждает

точность вычисления интеграла, рассчитывающего объемы —  $W_P$ ,  $W_Q$  и скорость изменения объемов —  $\dot{W}_P$ ,  $\dot{W}_Q$  для которых был применен метод среднеквадратичного сглаживания по четырем точкам. На Рис. 7 видно, что наибольшие натяжения в оболочке широтные  $T_p$ , и развиваются на элементах 8–12 внутренней поверхности сферы и 61–74 наружной поверхности. Меридиональные натяжения  $T_M$  значительно меньше и развиваются в этих же сечениях оболочки.

Исследование для других значений начальных давлений показывают, что оболочка меньше сминается возле точек закрепления. Нагрузки понижаются при условии, что давление в ПК больше чем давление в сферообразной оболочке.

## Список литературы

- [1] Проектирование спускаемых автоматических космических аппаратов / Под ред. В. М. Ковтуненко. М.: Машиностроение, 1985. 264 с.
- [2] Отто Ф., Тростель Р. Пневматические строительные конструкции. М.: Стройиздат, 1967. С. 211–213.
- [3] Комаров С. С., Мискактин Н. И., Цвиленева Н. Ю., Валиуллина Э. Э. Численное моделирование посадки спускаемых объектов с пневмоамортизатором // Актуальные проблемы авиадвигателестроения. Уфа: УГАТУ. 1998. С. 415–435.
- [4] Комаров С. С., Цвиленева Н. Ю., Мискактин Н. И., Валиуллина Э. Э. Формообразование конусообразных торовых пневмоамортизаторов // Современные конструкции с применением мягких и гибких материалов. Владивосток: ДВГМА. 1992. С. 8–16.
- [5] Комаров С. С., Цвиленева Н. Ю., Мискактин Н. И. Динамика формирования мягких конусообразных пневмокаркасных оболочек при взаимодействии с экраном // Проектирование и расчет конструкций из мягких оболочек. Владивосток: ДВГМА. 1994. С. 63–85.